

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»  
(Финансовый университет)**

Кафедра «Математика и информатика»

ООО «Портал-Юг»  
Генеральный директор

Е.В. Мостовой

«20» февраля 2024 г.

Краснодарский филиал  
Финансового университета

Директор

УТВЕРЖДАЮ

Краснодарский филиал  
Финуниверситета

Директор

 Э.В.Соболев

Э.В.Соболев

«20» февраля 2024 г.

Коренева О.В.

студентов, обучающихся по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

в соответствии с образовательными стандартами Финансового университета  
(программа подготовки бакалавров)

*Рекомендовано Ученым советом Краснодарского филиала Финуниверситета  
(протокол № 12 от 20.02.2024)*

Одобрено кафедрой «Математика и информатика»  
(протокол № 13 от 27.02.2024)

**Краснодар 2024**

УДК 512, 514  
ББК 22.14  
К66

Рецензент: А.П. Ануфриева кандидат экономических наук, старший преподаватель кафедры «Математика и информатика» Краснодарского филиала Финуниверситета.

Коренева О.В. Рабочая программа дисциплины алгебра и геометрия для обучающихся по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах». – Краснодар: Краснодарский филиал Финуниверситета, кафедра «Математика и информатика», 2024 г.

Дисциплина Алгебра и геометрия относится к предпрофильному профессиональному циклу по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика.

В рабочей программе дисциплины определены ее цель, требования к результатам освоения дисциплины, содержание программы, тематика аудиторных занятий, формы самостоятельной работы, оценочные средства для текущего контроля и промежуточной аттестации, учебно-методическое и информационное обеспечение.

Рабочая программа дисциплины алгебра и геометрия

*Формат 60\*90/16. Гарнитура Times New Roman*

*Усл. п.л. 2,0. Изд. № \_от.*

*Тираж 100 экз.*

*Заказ № .*

*Отпечатано в Краснодарском филиале Финуниверситета*

© Коренева О.В.  
© Краснодарский филиал Финуниверситета, 2024

## Содержание

1. Наименование дисциплины	4
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с планируемыми результатами обучения по дисциплине	4
3. Место дисциплины в структуре образовательных программ	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	5
5.1.Содержание дисциплины	5
5.2.Учебно-тематический план	8
5.3.Содержание семинаров, практических занятий	10
6.Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	12
6.1.Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	12
6.2.Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	14
7.Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости	15
8.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине, с перечнем компетенций с указанием индикаторов их достижения	15
8.1.Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний	15
8.2.Примеры расчетно-аналитической работы	16
8.3.Примеры вопросов для подготовки к экзамену	17
8.4.Пример экзаменационного билета	17
9.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	18
10.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	19
11.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем	20
12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	21

## 1. Наименование дисциплины

Дисциплина «АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

## 2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с планируемыми результатами обучения по дисциплине

Дисциплина «Алгебра и геометрия» обеспечивает инструментарий формирования следующих компетенций: ПКН-2.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ПКН-2	Способен с помощью математической модели решать поставленную теоретическую или прикладную задачу, реализовывая алгоритм решения в виде программного модуля	1. Демонстрирует знание базовых математических моделей, применяемых в различных предметных областях.	<u><b>Знать</b></u> основы алгебры и геометрии;  <u><b>Уметь</b></u> строить обоснованные выводы, понимать концепции доказуемости
		2. Владеет методологией математического моделирования для решения профессиональных задач.	<u><b>Знать</b></u> логику алгоритмов, использующих методы алгебры и геометрии;  <u><b>Уметь</b></u> применять установленные правила из области алгебры и геометрии в решения задач прикладного содержания
		3. Адаптирует и применяет существующие математические модели для решения поставленной прикладной или теоретической задачи.	<u><b>Знать</b></u> адаптация существующих математических моделей;  <u><b>Уметь</b></u> применять адаптацию для существующих математических моделей для решения поставленной прикладной или теоретической задачи

## 3. Место дисциплины в структуре образовательных программ

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к предпрофильному профессиональному циклу профиля «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах», направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и

информатика».

Дисциплина «Актuarная математика» базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика» и «Актuarная статистика».

#### **4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся**

Для студентов, обучающихся по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Профили: ««Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»», очная форма обучения

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зачётные единицы.

Вид промежуточной аттестации – Экзамен.

<b>Вид учебной работы по дисциплине</b>	<b>Всего (в з/е и часах)</b>	<b>Семестр 1 (в часах)</b>
Общая трудоемкость дисциплины	4/144	144
Контактная работа Аудиторные занятия	68	68
Лекции	34	34
Практические занятия	34	34
Самостоятельная работа	76	76
Вид текущего контроля	Расчетно-аналитическая работа	Расчетно-аналитическая работа
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен

#### **5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий**

##### **5.1.Содержание дисциплины**

**Тема 1. Системы линейных уравнений.** Эквивалентные системы и элементарные преобразования систем. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

**Тема 2. Линейные пространства над полем действительных чисел.** Аксиомы линейного пространства. Следствия из аксиом. Пространство  $\mathbb{R}^n$ . Геометрическая интерпретация пространств  $\mathbb{R}^2$  и  $\mathbb{R}^3$ . Линейная зависимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Однозначность разложения по базису. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка системы векторов. Сумма подпространств.

**Тема 3. Евклидовы пространства.** Аксиомы скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского. Длина вектора и угол между векторами. Ортогональный базис. Ортонормированный базис. Координаты вектора в ортогональном базисе. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение подпространства. Стандартное скалярное произведение векторов в  $\mathbb{R}^n$ .

**Тема 4. Матрицы.** Сложение матриц и умножение матрицы на число. Линейные пространства матриц. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы методом элементарных преобразований строк и столбцов. Умножение матриц. Матрицы и системы линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Пространство решений однородной системы, связь его размерности с рангом матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений. Связь между общими решениями однородной и неоднородной систем. Квадратные матрицы. Пространство матриц. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Группа невырожденных квадратных матриц. Ортогональные матрицы.

**Тема 5. Определители.** Определение и свойства определителей. Критерий невырожденности квадратной матрицы. Критерий существования ненулевых решений однородной системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Вычисление обратной матрицы. Применение определителей для вычисления векторного произведения векторов в трехмерном пространстве.

**Тема 6. Основы теории групп.** Определение и элементарные свойства групп. Единственность единицы и обратного элемента. Симметрическая группа.

**Тема 7. Кольца и поля.** Определение кольца. Кольцо вычетов. Мультипликативная группа кольца вычетов. Поле вычетов по простому модулю. Поле действительных чисел.

**Тема 8. Поле комплексных чисел.** Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Корни  $n$ -ой степени из комплексного числа. Геометрическое представление корней. Решение уравнений вида  $z^n = c$  в поле комплексных чисел. Показательная форма записи комплексных чисел. Формула Эйлера.

Линейные пространства над полем комплексных чисел.

**Тема 9. Кольцо многочленов над полем.** Степень многочлена, свойства степени. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов. НОД многочленов. Алгоритм Евклида. Основная теорема алгебры в кольце многочленов над полем комплексных чисел.

**Тема 10. Линейные отображения и линейные операторы.** Матричная запись линейных операторов. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса. Полная линейная группа и ее действие на линейных пространствах. Матрицы ортогональных и самосопряженных операторов в ортонормированном базисе. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Характеристический многочлен линейного оператора и его свойства. Свойства собственных значений и собственных векторов.

Собственные подпространства.

**Тема 11. Неотрицательные матрицы.** Собственные значения и собственные векторы неотрицательных матриц. Теорема Фробениуса-Перрона.

**Тема 12. Квадратичные формы.** Матрица квадратичной формы. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогонального преобразования. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.

**Тема 13. Аффинное пространство.** Аксиомы аффинного пространства. Аффинные системы координат. Формулы перехода при замене системы координат. Группа аффинных преобразований. Действия полной линейной группы и группы трансляций на аффинном пространстве. Аффинно-евклидово пространство. Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между точками. Группа движений и ее действие на аффинно-евклидовых пространствах.

**Тема 14. Линейная аналитическая геометрия.** Прямые на плоскости. Прямые и плоскости в трехмерном пространстве. Плоскости различной размерности в многомерном пространстве. Геометрическая интерпретация множества решений систем линейных уравнений.

**Тема 15. Выпуклые множества в многомерном аффинном пространстве.** Луч и отрезок в пространстве  $\mathbb{R}^n$ . Полупространства и выпуклые многогранные области. Геометрический смысл системы линейных неравенств. Угловые точки выпуклых многогранных областей. Выпуклая оболочка системы точек. Опорная гиперплоскость. Теорема об отделяющей гиперплоскости. Теорема о разделяющей гиперплоскости.

**Тема 16. Кривые второго порядка.** Эллипс, гипербола и парабола, их свойства и канонические уравнения. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Классификация кривых второго порядка с точностью до движений плоскости.

**Тема 17. Поверхности второго порядка.** Виды поверхностей второго порядка. Конические сечения и кривые второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка.

### 5.2. Учебно-тематический план

01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Профили: ««Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»», очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Все го	Аудиторная работа			Самостоятел ьная работа	
			Обща я	Лекц ии	Практич е-ские занятия		
1.	Системы линейных уравнений	8	3	1	2	5	Проверка ДЗ, аудиторная работа
2.	Линейные пространства над полем действительных чисел	8	4	2	2	4	Проверка ДЗ, аудиторная работа
3.	Евклидовы пространства	8	3	1	2	5	Проверка ДЗ, аудиторная работа
4.	Матрицы		8	4	4		Проверка ДЗ, аудиторная работа
5.	Определители	8	8	4	4		Проверка ДЗ, аудиторная работа
6.	Основы теории групп	8	4	2	2	4	Проверка ДЗ, собеседование
7.	Кольца и поля	8	4	2	2	4	Проверка ДЗ, собеседование
8.	Поле комплексных чисел	8	4	2	2	4	Проверка ДЗ, аудиторная работа
9.	Кольцо многочленов над полем	8	4	2	2	4	Проверка ДЗ, собеседование
10.	Линейные отображения и линейные операторы	9	6	3	3	3	Проверка ДЗ, аудиторная работа
11.	Неотрицательные матрицы	9	2	1	1	7	Проверка ДЗ, аудиторная работа
12.	Квадратичные формы	9	4	2	2	5	Проверка ДЗ, аудиторная работа



13.	Аффинное пространство	9	2	1	1	7	Проверка ДЗ, аудиторная работа
14.	Линейная аналитическая геометрия	9	5	3	2	4	Проверка ДЗ, аудиторная работа

15.	Выпуклые множества в многомерном аффинном пространстве	9	3	2	1	6	Проверка ДЗ, собеседование
16.	Кривые второго порядка	9	2	1	1	7	Проверка ДЗ, аудиторная работа
17.	Поверхности второго порядка	9	2	1	1	7	Проверка ДЗ, собеседование
Всего по дисциплине		144	68	34	34	76	Расчетно-аналитическая работа

### 5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9	Формы проведения занятий
Системы линейных уравнений	Эквивалентные системы и элементарные преобразования систем. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Линейные пространства над полем действительных чисел	Линейная зависимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Однозначность разложения по базису. Подпространства линейного пространства. Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Евклидовы пространства	Длина вектора и угол между векторами. Ортогональный базис. Ортонормированный базис. Координаты вектора в ортогональном базисе. Процесс ортогонализации. Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Матрицы	Сложение матриц и умножение матрицы на число. Умножение матриц. Вычисление ранга матрицы методом элементарных преобразований строк и столбцов. Квадратные матрицы. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом

Определители	Техника вычисления определителей. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы. Применение определителей для вычисления векторного произведения векторов в трехмерном пространстве. Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Основы теории групп	Симметрическая группа Рекомендуемые источники п.8, 9	Практикум с интерактивом
Кольца и поля	Кольцо вычетов. Мультипликативная группа кольца вычетов. Решение линейных сравнений и их систем. Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Поле комплексных чисел	Комплексные числа и действия над ними. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Решение уравнений вида $z^n = c$ в поле комплексных чисел Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Кольцо многочленов над полем	Теорема о делении с остатком в кольце многочленов. Разложение дроби в сумму многочлена и элементарных дробей Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Линейные отображения и линейные операторы	Матричная запись линейных операторов. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Неотрицательные матрицы	Собственные значения и собственные векторы неотрицательных матриц. Теорема Фробениуса-Перрона Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Квадратичные формы	Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Аффинное пространство	Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между точками. Группа движений и ее действие на аффинно-евклидовых пространствах Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Линейная аналитическая геометрия	Прямые на плоскости. Прямые и плоскости в трехмерном пространстве. Плоскости различной размерности в многомерном пространстве Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом

Выпуклые множества в многомерном аффинном пространстве	Луч и отрезок в пространстве $\mathbb{R}^n$ . Полупространства и выпуклые многогранные области. Геометрический смысл системы линейных неравенств Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Кривые второго порядка	Эллипс, гипербола и парабола, их свойства и канонические уравнения. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом
Поверхности второго порядка	Виды поверхностей второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка Рекомендуемые источники: п.8, 9	Практикум с интерактивом

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Системы линейных уравнений	Решение систем линейных уравнений с параметрами методом Гаусса	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Линейные пространства над полем действительных чисел	Геометрическая интерпретация пространств $\mathbb{R}^2$ и $\mathbb{R}^3$	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Евклидовы пространства	Аксиомы скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Матрицы	Пространство решений однородной системы, связь его размерности с рангом матрицы. Связь между общими решениями однородной и неоднородной систем. Ортогональные матрицы	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Определители	Критерий существования ненулевых решений однородной системы линейных уравнений	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Основы теории групп	Подгруппы	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ

Кольца и поля	Поле вычетов по простому модулю	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Поле комплексных чисел	Показательная форма записи комплексных чисел. Формула Эйлера	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Кольцо многочленов над полем	НОД многочленов. Алгоритм Евклида	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Линейные отображения и линейные операторы	Матрицы ортогональных и самосопряженных операторов в ортонормированном базисе. Свойства собственных значений и собственных векторов	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Неотрицательные матрицы	Продуктивные матрицы	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Квадратичные формы	Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогонального преобразования	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Аффинное пространство	Группа аффинных преобразований. Действия полной линейной группы и группы трансляций на аффинном пространстве	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Линейная аналитическая геометрия	Геометрическая интерпретация множества решений систем линейных уравнений	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Выпуклые множества в многомерном аффинном пространстве	Угловые точки выпуклых многогранных областей. Выпуклая оболочка системы точек	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Кривые второго порядка	Центр кривой второго порядка	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ
Поверхности второго порядка	Конические сечения и кривые второго порядка	Работа с учебной литературой, разбор задач и выполнение ДЗ

## 6.2.Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

### Примеры заданий для расчетно-аналитической работы

1. Найдите фундаментальный набор решений и размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 - 4x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 6 & -3 & -3 & 3 & 3 \\ 6 & 0 & 0 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -12 \\ -15 & 0 & 12 & -5 & -5 \\ -2 & -2 & 6 & -4 & -4 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите определитель

$$\frac{x^6 + 6x^5 + 4x^4 - 19x^3 - 7x^2 + 11x - 12}{x^4 + 5x^3 + x^2 - 21x - 18}$$

3. Представьте дробь в виде суммы многочлена и элементарных дробей над  $\mathbb{R}$ .

4. В стандартном базисе пространства  $\mathbb{R}^3$  действие линейного оператора

$$\begin{pmatrix} -9 & 16 & 4 \\ -4 & 7 & 2 \\ 4 & -8 & -3 \end{pmatrix}.$$

задается матрицей. Найдите собственные значения и собственные векторы этого оператора в стандартном базисе.

5. Выясните, является ли квадратичная форма

$\Phi(x_1, x_2, x_3, x_4) = 4x_1^2 + 6x_1x_2 + 5x_2^2 + 6x_1x_4 + 7x_3^2 - 2x_2x_3 + 2x_4^2 - 8x_3x_4$  положительно определенной, отрицательно определенной или не является знакоопределенной.

## 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине, с перечнем компетенций с указанием индикаторов их достижения

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 1. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

### 7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»	
ПКН-2 Способен с помощью математической модели решать поставленную теоретическую или прикладную задачу, реализовывая алгоритм решения в виде программного модуля					
Демонстрирует знание базовых математических моделей, применяемых в различных предметных областях					
Знать: — основы алгебры и геометрии	Фрагментарное представление об основах алгебры и геометрии	Неполные представления об основах алгебры и геометрии	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы в основах алгебры и геометрии	Сформированные систематические представления об основах алгебры и геометрии	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Уметь: — строить обоснованные выводы, понимать концепции доказуемости	Фрагментарное умение строить обоснованные выводы, понимать концепции доказуемости	Несистематическое применение умений строить обоснованные выводы, понимать концепции доказуемости	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение строить обоснованные выводы, понимать концепции доказуемости	Сформированное умение строить обоснованные выводы, понимать концепции доказуемости	Вопросы для оценки знаний и умений
Владеет методологией математического моделирования для решения профессиональных задач					
Знать: — логику алгоритмов, использующих методы алгебры и геометрии	Фрагментарное умение строить логику алгоритмов, использующих методы алгебры и геометрии	Неполные представления об алгоритмах, использующих методы алгебры и геометрии	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы в алгоритмах, использующих методы алгебры и геометрии	Сформированные систематические представления об алгоритмах, использующих методы алгебры и геометрии	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»	
	геометрии				
Уметь: –применять установленные правила из области алгебры и геометрии в решении задач прикладного содержания	Фрагментарное умение применять установленные правила из области алгебры и геометрии в решении задач прикладного содержания	Несистематическое применение установленных правил из области алгебры и геометрии в решении задач прикладного содержания	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применять установленные правила из области алгебры и геометрии в решении задач прикладного содержания	Сформированное умение применять установленные правила из области алгебры и геометрии в решении задач прикладного содержания	Вопросы для оценки знаний и умений
Адаптирует и применяет существующие математические модели для решения поставленной прикладной или теоретической задачи					
Знать: — адаптация существующих математических моделей	Фрагментарное умение строить адаптацию существующих математических моделей	Неполные представления об адаптации существующих математических моделей	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы в адаптации существующих математических моделей	Сформированные систематические представления об адаптации существующих математических моделей	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Уметь: — применять адаптацию для существующих математических моделей для решения поставленной	Фрагментарное умение применять адаптацию для существующих математических моделей для решения поставленной	Несистематическое применение адаптации для существующих математических моделей для решения поставленной	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применять адаптацию для существующих	Сформированное умение применять адаптацию для существующих математических моделей для решения поставленной	Вопросы для оценки знаний и умений

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»	
прикладной или теоретической задачи	й прикладной или теоретической задачи	прикладной или теоретической задачи	математических моделей для решения поставленной прикладной или теоретической задачи	й прикладной или теоретической задачи	

## 7.2. Вопросы для оценки знаний и умений, характеризующих формирование компетенций

Шифр компетенции	Вопросы	Правильный ответ
ПКН - 2	1. Прямоугольная таблица чисел, в которой Т строк и П столбцов называется...	матрицей
	2. Действие, при котором матрица $C_{T \times P} = (c_{ij})$ такая, что каждый ее элемент равен $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ , называется...	сложение матриц.
	3. Число $\Delta = A \vee \det A$ , которое определяется по правилу: $\Delta =  a_{11} \ a_{12} \ a_{21} \ a_{22}  = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ называется...	определителем
	4. Матрица $A^{-1}$ , для которой выполняется равенство $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$ , где E – единичная матрица того же порядка, называется...	обратной матрицей
	5. Для систем трех уравнений с тремя неизвестными $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{cases}$ $x = \frac{\Delta_1}{\Delta}, y = \frac{\Delta_2}{\Delta}, z = \frac{\Delta_3}{\Delta},$ где $\Delta =  a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ a_{21} \ a_{22} \ a_{23} \ a_{31} \ a_{32} \ a_{33} $ ,	Крамера



$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 a_{12} a_{13} & b_2 a_{22} a_{23} & b_3 a_{32} a_{33} \end{vmatrix},$ $\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} b_1 a_{13} & a_{21} b_2 a_{23} & a_{31} b_3 a_{33} \end{vmatrix},$ $\Delta_3 =$ $\begin{vmatrix} a_{11} a_{12} b_1 & a_{21} a_{22} b_2 & a_{31} a_{32} b_3 \end{vmatrix}, \Delta \neq 0,$ <p>называется методом...</p>	
<p>6. Метод, который заключается в последовательном исключении неизвестных при помощи двух этапов: на первом этапе СЛАУ приводится к ступенчатому виду.</p> <p>А на втором этапе идет последовательное определение неизвестных из этой ступенчатой системы, называется...</p>	методом Гаусса
<p>7. Направленный отрезок или упорядоченная пара точек, про которых известно, какая первая (начало), какая вторая (конец), называется...</p>	вектором
<p>8. Векторы <math>\underline{l}_1, \underline{l}_2, \dots, \underline{l}_n</math>, для которых равенство <math>\alpha_1 \underline{l}_1 + \alpha_2 \underline{l}_2 + \dots + \alpha_n \underline{l}_n = \underline{0}</math> выполняется тогда и только тогда, когда все <math>\alpha_i = 0</math> при <math>i = 1 \dots n</math>, называются...</p>	линейно-независимыми
<p>9. Формула <math> \underline{a}  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}</math> определяет.</p>	длину вектора
<p>10. Если вектор <math>\underline{a} = (x_1; y_1; z_1)</math>; тогда выражение <math>\underline{a} = (x_1 \cdot \underline{i} + y_1 \cdot \underline{j} + z_1 \cdot \underline{k})</math> определяет...</p>	разложение вектора по базису
<p>11. Число, равное произведению длин двух векторов на косинус угла между ними: <math>\underline{a} \cdot \underline{b} =  \underline{a}  \cdot  \underline{b}  \cdot \cos(\underline{a}; \underline{b})</math>, называется</p>	скалярным произведением векторов
<p>12. Формула <math>\underline{a} \cdot \underline{b} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3</math>, определяет...</p>	скалярное произведение векторов
<p>13. Если <math>\vec{a}(x_1, y_1, z_1), \vec{b}(x_2, y_2, z_2)</math>, то формула <math>\vec{a} \times \vec{b} =  \vec{i} \vec{j} \vec{k}  \begin{vmatrix} x_1 &amp; y_1 &amp; z_1 \\ x_2 &amp; y_2 &amp; z_2 \end{vmatrix}</math> определяет</p>	векторное произведение векторов
<p>14. Если <math>\vec{a}(x_1, y_1, z_1), \vec{b}(x_2, y_2, z_2), \vec{c}(x_3, y_3, z_3)</math> то <math>\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} x_1 &amp; y_1 &amp; z_1 \\ x_2 &amp; y_2 &amp; z_2 \\ x_3 &amp; y_3 &amp; z_3 \end{vmatrix}</math> определяет...</p>	смешанное произведение векторов
<p>15. Вектор <math>\mathbf{r} \neq \mathbf{0}</math>, квадратной</p>	собственным вектором

	матрицы $A$ , при котором существует такое число $\lambda$ , что $A\mathbf{r} = \lambda\mathbf{r}$ , называется	
16.	$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ - уравнение прямой, называется	уравнение прямой, проходящей через две точки.
17.	$A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0$ - уравнение плоскости, называется...	уравнение плоскости по точке и нормали
18.	Уравнения вида: $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ , называются	каноническими уравнениями прямой
19.	Уравнения вида: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , определяет	эллипс
20.	Уравнения вида: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , определяет	гиперболу

### 7.3. Практико-ориентированные задания

Шифр компетенции	Практико-ориентированные задания	Правильный ответ
ПКН-2	1. Вычислить определитель $\Delta_1$ формул Крамера для системы: $\{-x + y - z = 0, 3x - 4y + 3z = -1, -2y - 3z = -8\}$ .	3
	2. Если $(x_0, y_0)$ – решение системы $\{2x - 3y = 23\}$ , то $x_0 + y_0$ равно ...	9,5
	3. Найти длину $ \vec{a} + 2\vec{b} $ , если $\vec{a} = (2 - 4 \ 0)$ $\vec{b} = (-1 \ 2 \ 0)$	0
	4. Разложение вектора $\mathbf{a} = (1; -2)$ по базису $\mathbf{p}$ и $\mathbf{q}$ , при $\mathbf{p} = (1; -1)$ и $\mathbf{q} = (2; -3)$ равно...	$\mathbf{a} = -\mathbf{p} + \mathbf{q}$
	5. Вычислить объём пирамиды с вершинами в точках $A(-1; 2; 1)$ , $B(-2; 2; 5)$ , $C(-3; 3; 1)$ , $D(-1; 4; 3)$ .	3
	6. Найдите длину действительной оси гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$	4
	7. Найдите длину отрезка, отсекаемого прямой $l: 2x + 5y + 15 = 0$ от оси $Oy$	-3
	8. Найдите уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1; -1; 3)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = (2; 1; -2)$	$2x + y - 2z + 5 = 0$
	9. Даны три точки: $A(-1; 3; 4)$ , $B(-1; 5; 0)$ и $C(2; 6; 1)$ . Составить уравнение плоскости (ABC).	$x - 2y - z + 11 = 0$
	10. Найти точку $A$ – точку пересечения прямой $l$ :	$(2; -1; 4)$

	$\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}$ с плоскостью $\alpha: x+2y-5z+20=0$ .	
	11. Найти угол в градусах, между плоскостями $\alpha$ и $\beta$ , где $\alpha: 3x-y+2z+15=0$ , $\beta: 5x+9y-3z-1=0$ .	90
	12. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-2;5;7)$ и перпендикулярную прямой $\frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-3} = \frac{z-7}{2}$ ;	$3x - 3y + 2z + 7 = 0$ ;
	13. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(3, 4)$ параллельно прямой $2x-5y+1=0$	$2x-5y+14=0$ .
	14. По координатам вершин пирамиды $ABCD$ найти уравнение высоты, опущенной из вершины $D$ на грань $(ABC)$ заданной уравнением $y-z=0$ . $A(3; -2; 2)$ ; $B(1; -3; 1)$ ; $C(2; 0; 4)$ ; $D(6; -4; 6)$ .	$\frac{x-6}{0} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-6}{-1}$
	15. Вычислить площадь треугольника $A_1A_2A_3$ , если $A_1(4;2;5)$ , $A_2(0;7;2)$ , $A_3(0;2;7)$ .	15
	16. Дан эллипс $9x^2 + 5y^2 = 45$ . Найдите его полуоси	5; 9
	17. Найдите решение системы $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$	(1; 2; 3).
	18. Найти точку $P$ , симметричную точке $M$ относительно плоскости $\alpha$ . Если $M(-1; 0; 1)$ , $\alpha: 2x + 4y - 3 = 0$ .	$P(0; 2; 1)$

## 7.4 Тесты

Шифр компетенции	Тестовые задания	Правильный ответ
ПКН - 2	1. Обратной к матрице $\begin{pmatrix} 11 & 1 & 21 & 2 \end{pmatrix}$ является матрица... 1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -21 & 11 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 11 & 1 & 21 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} \frac{1}{11} & 1 & \frac{1}{21} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & -21 & -1 & 11 \end{pmatrix}$	1
	2. Заданы матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 5 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ . Сумма $2A - 3B^T$ равна... 1) $\begin{pmatrix} -4 & -10 & -1 & -6 & -7 & -2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -4 & -13 & -4 & -6 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -4 & -6 & -10 & -7 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -4 & -6 & -13 & -4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$	2
	3. Определитель $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ равен 1) 8      2) -8      3) -1      4) 1	2
	4. а матрица $\begin{pmatrix} -5 & 4 & a & 6 \end{pmatrix}$ будет вырожденной, при значении параметра...	2

	1) 7,5      2) -7,5      3) -15      4) 15	
5. Собственные значения собственных векторов линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ , равны...	1) -1 и 22) 1 и -2      3) 2 и -3      4) -1 и 4	2
6. Скалярное произведение векторов $\vec{a} = (5; 2; -2)$ и $\vec{b} = (3; 0; 4)$ равно ...	1) (15; 0; -8)      2) 7      3) 9      4) 23	2
7. $m$ и $n$ векторы $a = (m; 2; 4)$ и $b = (-3; 2; n)$ будут коллинеарными, при значениях параметров:	1) $m = 3, n = 4$ 2) $m = -3, n = 4$ 3) $m = -3, n = -4$ 4) $m = 3, n = -4$	2
8. Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (1; 0; -1)$ и $b = (0; 1; -1)$	1) 0,2      2) 0,3      3) 0,4      4) 0,5	4
9. Даны две точки А (0; 3) и В (2; -5). Общее уравнение прямой, проходящей через эти точки, имеет вид ...	1) $4x - y - 3 = 0$ 2) $4x + y - 3 = 0$ 3) $4x + y + 3 = 0$ 4) $4x - y + 3 = 0$	2
10. Кривой второго порядка $6y^2 - 6x^2 - 8y + 3 = 0$ является...	1) парабола      2) эллипс      3) окружность      4) гипербола	4
11. Координата $z_0$ точки $A(3; -5; z_0)$ , принадлежащей плоскости $5x + 2y + 2z - 7 = 0$ , равна...	1) -2      2) 2      3) -1      4) 1	4
12. $n$ прямая $l: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{p} = \frac{z-1}{5}$ будет параллельна плоскости $\alpha: 3x + y - 2nz + 3 = 0$ при значении:	1) -2      2) 2      3) -1      4) 1	4

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### Основная литература:

1. Веселова, Л. В. Алгебра и геометрия : учебное пособие / Л. В. Веселова, Г. Н. Романова, Р. Н. Хузиахметова. — Казань : КНИТУ, 2022. — 120 с. — ISBN 978-5-7882-3270-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/412502> (дата обращения: 19.07.2024).

2. Выборнов, А. Н. Векторная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / А. Н. Выборнов, Ж. Г. Вегера, В. С. Ляшенко. — Москва : РТУ МИРЭА, 2023. — 93 с. — ISBN 978-5-7339-1918-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/382664> (дата обращения: 19.07.2024)

3. Борец, А. С. Алгебра и геометрия. 1 семестр : учебно-методическое пособие / А. С. Борец, Г. В. Касаткин, А. И. Сазонов. — Москва : РТУ МИРЭА, 2023. — 121 с.

— ISBN 978-5-7339-2001-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/398105> (дата обращения: 19.07.2024).

#### **Дополнительная литература:**

4. Кайгородов, Е. В. Линейная алгебра и геометрия : учебное пособие / Е. В. Кайгородов. — Горно-Алтайск : ГАГУ, 2018. — 112 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159324> (дата обращения: 19.07.2024).

5. Борзунов, С. В. Алгебра и геометрия с примерами на Python / С. В. Борзунов, С. Д. Кургалин. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-9980-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/202154> (дата обращения: 19.07.2024).

### **9.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
4. Электронно-библиотечная систем Znanium <http://www.znanium.com>
5. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
6. Электронно-библиотечная система издательства Проспект <http://ebs.prospekt.org/books>
7. Электронно-библиотечная система издательства Лань <https://e.lanbook.com/>
8. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
9. Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников» <https://grebennikon.ru/>
10. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
11. Национальная электронная библиотека Б.Ир://нэб.рф/
12. Финансовая справочная система «Финансовый директор» <http://www.1fd.ru/>
13. Pylru 1.0.9 [Электронный ресурс]: сайт. - Режим доступа: <https://pypi.python.org/pypi/pylru>
14. Python Data Analysis Library [Электронный ресурс]: сайт. - Режим доступа: <http://pandas.pydata.org/>
15. Python Documentation [Электронный ресурс]: сайт. - Режим доступа: <http://python.org/doc/>
16. Python Standard Library [Электронный ресурс]: сайт. - Режим доступа: <https://docs.python.org/2/library/>
17. Scikit-learn Machine Learning in Python [Электронный ресурс]: сайт. - Режим доступа: <http://scikit-learn.org>
18. The Python Tutorial // <https://docs.python.org/3/tutorial/index.html>
19. NumPy User Guide // <http://docs.scipy.org/doc/numpy/user/index.html>
20. Pandas User Guide <http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/>

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

### **Основные этапы работы студента по дисциплине «Алгебра и геометрия»**

1. Предварительная ориентировка в подлежащем изучению учебном материале по программе.
2. Ознакомление с рекомендованной учебной литературой.
3. Слушание и конспектирование лекций, а также выполнение других видов учебной работы.
4. Планирование самостоятельной работы.
5. Обобщение и систематизация информации, почерпнутой из лекций и прочитанной литературы.
6. Выполнение контрольной работы.

### **Рекомендации по работе с учебным материалом:**

1. Осознавайте наличный уровень полученных вами знаний.
2. В ситуации непонимания нужно выявить тот первичный уровень и факторы непонимания, которые стали препятствием понимания последующего.
3. Задавайте сами себе вопросы и пытайтесь ответить на них.

### **Рекомендации по работе на лекции и с лекционным материалом:**

1. Основная задача на лекции - осмысление излагаемого в ней материала. Для этого необходимо слушать лекцию с самого начала, не упуская общих, ориентирующих в материале рассуждений и установок лектора.
2. Ведение записей на лекции важно и полезно для лучшего осмысливания материала, для сохранения информации, с целью ее дальнейшего использования.
3. Для облегчения записи рекомендуется применять сокращения повторяющихся терминов или хорошо известных понятий.

### **Рекомендации по работе с литературой:**

1. Если возникли затруднения при разыскивании материала, по какому-либо конкретному вопросу, следует обратиться к предметному указателю, напечатанному, как правило, в конце каждого литературного источника.
2. Предметный указатель - это алфавитный список основных научных понятий (терминов), содержание которых раскрыто в книге, рядом с термином стоят числа, обозначающие номера страниц, на которых изложен материал, относящийся к данному понятию.

**10.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем**

11.1 Комплект лицензионного программного обеспечения:

- 1 Windows, Microsoft Office;
- 2 антивирус ESET Endpoint Security.

11.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

- 1 Информационно-правовая система «Гарант»;
- 2 Информационно-правовая система «Консультант Плюс».

11.3 Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации: не предусмотрены.

**11.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Аудитории для проведения занятий.