

Федеральное государственное образовательное  
бюджетное учреждение высшего образования  
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**  
(Финансовый университет)  
Краснодарский филиал Финуниверситета

Кафедра «Математика и информатика»

СОГЛАСОВАНО

ООО «Портал-Юг»  
Генеральный директор



Е.В. Мостовой

«21» февраля 2024 г.

УТВЕРЖДАЮ

Краснодарский филиал  
Финуниверситета

Директор



Э.В.Соболев

«21» февраля 2024 г.

Калайдин Е.Н.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.О.02.07 ТЕОРИЯ ИГР**

студентов, обучающихся по направлению подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика  
в соответствии с образовательными стандартами Финансового университета  
(программа подготовки бакалавров)

*Рекомендовано Ученым советом Краснодарского филиала Финуниверситета  
(протокол № 12 от 20.02.2024)*

*Одобрено кафедрой «Математика и информатика»  
(протокол № 13 от 27.02.2024)*

**Краснодар 2024**

УДК: 519.83  
ББК: 22.18я73  
К17

Рецензенты: Е.А. Демехин, профессор кафедры «Математика и информатика» Краснодарского филиала Финансового университета при Правительстве РФ. В.А. Кирий кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Математика и информатика» Краснодарского филиала Финуниверситета.

Калайдин Е.Н. Рабочая программа дисциплины теория игр для обучающихся по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах». – Краснодар: Краснодарский филиал Финуниверситета, кафедра «Математика и информатика», 2024 г.

Дисциплина Теория игр относится к Циклу математики и информатики (информационный модуль) по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика.

В рабочей программе дисциплины определены ее цель, требования к результатам освоения дисциплины, содержание программы, тематика аудиторных занятий, формы самостоятельной работы, оценочные средства для текущего контроля и промежуточной аттестации, учебно-методическое и информационное обеспечение.

Рабочая программа дисциплины теория игр  
(учебно-методический семинар)

*Формат 60\*90/16. Гарнитура Times New Roman*

*Усл. п.л. 2,0. Изд. № \_от.*

*Тираж 100 экз.*

*Заказ № .*

*Отпечатано в Краснодарском филиале Финуниверситета*

© Калайдин Е.Н.  
© Краснодарский филиал Финуниверситета, 2024

## Содержание

1. Наименование дисциплины.....	4
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине .....	4
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	4
4. Объем дисциплины в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся .....	5
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий .....	6
5.1. Содержание дисциплины.....	6
5.3. Содержание семинаров, практических занятий.....	9
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	11
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы.....	11
6.2. Перечень вопросов, заданий тем для подготовки к текущему контролю.....	12
6.3. Тематика комплексных тем для написания домашнего творческого задания по дисциплине .....	13
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	15
7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний.....	29
7.2. Примеры ситуационных задач.....	30
7.4. Перечень примерных вопросов для подготовки к экзамену .....	32
7.5. Пример экзаменационного билета .....	35
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	36
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины .....	36
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	37
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	38
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	38

## 1 Наименование дисциплины

Б1.О.02.07 «Теория игр»

## 2.Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Дисциплина Б1.О.02.07 «Теория игр» обеспечивает инструментарий формирования следующих компетенций: ПКН-1.

Таблица 1 – Компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины «Теория игр»

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ПКН-1	Способен собирать, анализировать и систематизировать данные современных научных исследований в области прикладной математики и информатики, требуемых для формирования заключений по соответствующим научным исследованиям	1. Работает с источниками информации, выбирает и оценивает применимость полученной информации для решения поставленной научно-исследовательских задач.	<b>Знать:</b> необходимые приемы и навыки системного анализа, обработки и статистического анализа данных для решения математических задач; <b>Уметь:</b> применять основные подходы, методы и модели теории игр для решения оптимизационных и прикладных задач
		2. Отбирает для решения исследовательской задачи математические методы и модели, осуществляет проверку адекватности моделей, анализ и интерпретацию результатов.	<b>Знать:</b> базовые принципы грамотных математических постановок финансово-экономических задач, перехода от экономических постановок задач к математическим моделям и их алгоритмы. <b>Уметь:</b> применять математические подходы и методы теории игр и исследования операций для оценки эффективности управленческих решений

## 3.Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.О.02.07 «Теория игр» относится к модулю математики и информатики (информационный модуль) направления подготовки 01.03.02. «Прикладная математика и информатика» профиль «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах».

Программа изучения дисциплины составлена с учетом требований, установленных соответствующим ОС ВО Финуниверситета. Изучение дисциплины базируется на знаниях, приобретенных студентами в процессе предшествующего освоения дисциплин, в том числе

«Теория вероятностей и математическая статистика», «Алгебра и геометрия», «Методы оптимизации» и др.

В свою очередь, изучение дисциплины «Теория игр» позволит конкретизировать полученные знания, умения, навыки применительно к задачам стратегического взаимодействия в различных областях экономической деятельности.

Знания и навыки, полученные в процессе изучения дисциплины «Теория игр» будут использованы студентами при изучении последующих дисциплин, предусмотренных учебным планом, при написании выпускной квалификационной (бакалаврской) работы, в процессе решения круга задач профессиональной деятельности в дальнейшем.

Таблица 2 - Междисциплинарные связи тем дисциплины с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	Номера разделов (тем) данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин		
		1	2	3
	Математические модели микро- и макроэкономики		*	*
	Финансовые рынки		*	

#### 4. Объем дисциплины в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Дисциплина «Теория игр» относится к модулю математики и информатики (информационный модуль) направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика по очной (5 семестр) форме обучения общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зач. ед., 144 часов, очно-заочная форма обучения (6 семестр) общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зач. ед., 144 часов (таблица 3).

Таблица 3

#### Трудоёмкость дисциплины «Теория игр»

##### Очная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 5 (в часах)
Общая трудоёмкость дисциплины	4 з/е 144	144
Контактная работа - Аудиторные занятия	50	50
Лекции	16	16
Семинарские, практические занятия	34	34
Самостоятельная работа	94	94
Вид текущего контроля	Домашнее творческое задание	
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	

## Очно – заочная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 6 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	4 з/е 144	144
Контактная работа - Аудиторные занятия	28	28
Лекции	12	12
Семинарские, практические занятия	16	16
Самостоятельная работа	80	80
Вид текущего контроля	Домашнее творческое задание	
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	

### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

#### 5.1. Содержание дисциплины

##### Раздел 1. Парные антагонистические игры. Решение в чистых стратегиях

Задачи теории игр в экономике. Основные понятия и определения теории игр. Классификация игр.

Матрица выигрышей (платежная матрица, матрица игры). Чистые стратегии игроков. Соотношение между матрицами выигрышей игроков  $A$  и  $B$  в антагонистической игре. Формирование матрицы выигрышей.

Максиминный и минимаксный принципы игроков. Показатель эффективности чистой стратегии игрока  $A$  и показатель неэффективности чистой стратегии игрока  $B$ . Максимин и минимакс. Нижняя и верхняя цена игры в чистых стратегиях. Максиминные и минимаксные стратегии.

Решение матричных игр с седловой точкой. Устойчивые и неустойчивые ситуации. Ситуации, удовлетворительные для игроков. Равновесная ситуация. Седловая точка игры (функции игры). Седловая точка матрицы игры. Свойства равнозначности и взаимозаменяемости седловых точек.

Цена игры в чистых стратегиях. Оптимальные стратегии. Полное и частное решение игры в чистых стратегиях. Соотношения между множествами оптимальных и максиминных (минимаксных) стратегий.

##### Раздел 2. Решение игр в смешанных стратегиях

Смешанные стратегии. Определение. Геометрическая интерпретация множества смешанных стратегий. Определение функции выигрыша в смешанных стратегиях и формулы ее представления. Показатель эффективности смешанной стратегии игрока  $A$ . Показатель неэффективности смешанной стратегии игрока  $B$ . Нижняя и верхняя цена игры в смешанных стратегиях.

Решение игры в смешанных стратегиях. Цена игры в смешанных стратегиях. Оптимальные смешанные стратегии. Полное и частное решение игры в смешанных стратегиях. Основная теорема теории игр Дж. Фон Неймана. Критерии и свойства оптимальных стратегий. Геометрическая интерпретация множества оптимальных стратегий. Активные стратегии.

Редуцирование игр. Принцип доминирования. Разбиение матрицы игры на подматрицы со специальным свойством. Изоморфные и аффинные преобразования игр.

Аналитическое и геометрическое решение игр  $2 \times 2$ ,  $2 \times n$ ,  $m \times 2$ .

Решение игры  $m \times n$  методом Шепли-Сноу.

Решение игры  $m \times n$  приближенным методом Брауна-Робинсон.

Взаимно двойственные задачи линейного программирования. Приведение антагонистической игры к паре взаимно двойственных стандартных задач линейного программирования.

### **Раздел 3. Игры с природой**

Математическая модель игры с природой. Показатель благоприятности состояния природы. Риск игрока, принимающего решение. Матрица рисков.

Принятие решений в условиях риска. Критерии Байеса и Лапласа относительно выигрышей и относительно рисков. Ситуации для чистых и смешанных стратегий.

Критерий относительных значений вероятностей состояний природы с учетом выигрышей и с учетом рисков.

Принятие решений в условиях неопределенности. Обобщенный критерий пессимизма-оптимизма Гурвица относительно выигрышей. Показатели пессимизма и оптимизма лица, принимающего решение.

Формализованный выбор коэффициентов обобщенного критерия Гурвица относительно выигрышей. Критерий Вальда. Максимаксный критерий. Критерий Гурвица относительно выигрышей.

Критерий Вальда, максимаксный критерий и критерий Гурвица относительно выигрышей для выбора оптимальных смешанных стратегий.

Обобщенный критерий пессимизма-оптимизма Гурвица относительно рисков. Формализованный выбор коэффициентов обобщенного критерия Гурвица относительно рисков. Критерий Сэвиджа. Миниминный критерий. Критерий Гурвица относительно рисков.

Критерий Сэвиджа, миниминный критерий и критерий Гурвица относительно рисков для выбора оптимальных смешанных стратегий.

## 5.2. Учебно-тематический план

Темы дисциплины и виды занятий представлены в таблице 4.

Таблица 4 - Распределение бюджета времени при изучении дисциплины  
Очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Аудиторная работа			Самостоя тельная работа	
			Общая	Лекции	Семинары, практические занятия		
1.	<b>Тема 1.</b> Задачи принятия решения. Парные антагонистические игры: основные понятия и определения	18	7	2	4	11	Опрос
2.	<b>Тема 2.</b> Матрица выигрышей. Максиминный и минимаксный принципы игроков. Матричные игры с седловой точкой	16	6	2	4	10	Опрос, решение ситуационных задач
3.	<b>Тема 3.</b> Решение игры в смешанных стратегиях. Редуцирование игр.	14	11	2	3	3	Опрос, дискуссия
4.	<b>Тема 4.</b> Аналитическое и геометрическое решение игр 2x2, 2xn, mx2.	16	6	3	5	10	Опрос
5.	<b>Тема 5.</b> Точные и приближенные методы решения игр mxn (метод Шепли-Сноу и Брауна-Робинсон).	18	7	2	5	11	Дискуссия, решение ситуационных задач
6.	<b>Тема 6.</b> Взаимосвязь матричных игр и линейного программирования.	16	4	2	3	12	Решение ситуационных задач
7.	<b>Тема 7.</b> Основные понятия игры с природой.	18	3	1	3	15	Опрос
8.	<b>Тема 8.</b> Принятие решений в условиях риска	14	3	1	3	11	Опрос, решение ситуационных задач
9.	<b>Тема 9.</b> Принятие решений в условиях неопределенности	14	3	1	4	11	Опрос
В целом по дисциплине		144	50	16	34	94	ДТЗ согласно учебному плану



### Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Аудиторная работа			Самостоя тельная работа	
			Общая	Лекции	Семинары, практические занятия		
1.	<b>Тема 1.</b> Задачи принятия решения. Парные антагонистические игры: основные понятия и определения	18	3	1	2	10	Опрос
2.	<b>Тема 2.</b> Матрица выигрышей. Максиминный и минимаксный принципы игроков. Матричные игры с седловой точкой	16	3	1	2	10	Опрос, решение ситуационных задач
3.	<b>Тема 3.</b> Решение игры в смешанных стратегиях. Редуцирование игр.	14	4	1	2	10	Опрос, дискуссия
4.	<b>Тема 4.</b> Аналитическое и геометрическое решение игр 2x2, 2xn, mx2.	16	5	1	2	10	Опрос
5.	<b>Тема 5.</b> Точные и приближенные методы решения игр mxn (метод Шепли-Сноу и Брауна- Робинсон).	18	2	2	2	10	Дискуссия, решение ситуационны х задач
6.	<b>Тема 6.</b> Взаимосвязь матричных игр и линейного программирования.	16	2	1	2	10	Решение ситуационны х задач
7.	<b>Тема 7.</b> Основные понятия игры с природой.	18	1	2	2	10	Опрос
8.	<b>Тема 8.</b> Принятие решений в условиях риска	14	4	1	1	5	Опрос, решение ситуационны х задач
9.	<b>Тема 9.</b> Принятие решений в условиях неопределенности	14	4	2	1	5	Опрос
В целом по дисциплине		144	28	12	16	80	ДТЗ согласно учебному плану

### 5.3.Содержание семинаров, практических занятий

Цель практических занятий по дисциплине «Теория игр» – закрепление теоретических знаний, формирование навыков проведения расчетов, контроль выполнения заданий для самостоятельной работы. Занятия проводятся в активной и интерактивной формах с привлечением всех студентов к обсуждаемым вопросам, выбору оптимальных способов решения практических задач, что способствует профессиональному развитию личности будущего бакалавра. Содержание практических занятий представлено в таблице 5.

Таблица 5 – Содержание семинаров, практических занятий по дисциплине «Теория игр»

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8, 9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
<b>Тема 1.</b> Задачи принятия решения. Парные антагонистические игры: основные понятия и определения. <b>Тема 2.</b> Матрица выигрышей. Максиминный и минимаксный принципы игроков. Матричные игры с седловой точкой. <b>Тема 3.</b> Решение игры в смешанных стратегиях. Редуцирование игр.	<p>В чем состоит различие между реальным конфликтом и игрой? Какие условия существования антагонистической игры?  <i>рекомендуемые источники из разделов 8, 9</i></p> <p>Почему в матричной игре в качестве платежной матрицы принимается матрица выигрышей игрока А?            В чем состоит суть максиминного принципа оптимальности и как называется выигрыш, полученный в соответствии с этим принципом?            В чем состоит польза свойства равнозначности седловых точек при их нахождении?  <i>рекомендуемые источники из разделов 8, 9</i></p> <p>Почему сумма вероятностей применения игроком чистых стратегий в смешанной стратегии равна единице?            Почему игра в смешанных стратегиях называется смешанным расширением игры в чистых стратегиях? Какова связь между ценами игры в чистых и в смешанных стратегиях?  <i>рекомендуемые источники из разделов 8, 9</i></p>	Развернутая беседа на основе заранее подготовленного плана семинарского занятия. Решение задач с использованием компьютеров.
<b>Тема 4.</b> Аналитическое и геометрическое решение игр $2 \times 2$ , $2 \times n$ , $m \times 2$ . <b>Тема 5.</b> Точные и приближенные методы решения игр $m \times n$ (метод Шепли-Сноу и Брауна-Робинсон). <b>Тема 6.</b> Взаимосвязь матричных игр и линейного программирования	<p>Каково достаточное условие (признак) существования седловой точки матрицы размера <math>2 \times 2</math> в терминах элементов этой матрицы?</p> <p>Что представляет собой график выигрыша <math>H(P, V_i)</math> (проигрыша <math>H(A_i, Q)</math>) в игре размера <math>2 \times 2</math>? Какова геометрическая интерпретация цены игры размера <math>m \times 2</math>? Какова общая идея решения игр методом Шепли-Сноу?</p> <p>Какие предположения о правилах проведения игры лежат в основе метода Брауна-Робинсон?</p> <p>Какая минимальная размерность квадратных подматриц в игре <math>4 \times 7</math>?</p> <p>Каким образом цена игры и оптимальные смешанные стратегии игроков определяются по оптимальным решениям пары двойственных друг другу стандартных задач линейного программирования? Каким образом по цене игры размера <math>m \times n</math> и оптимальным смешанным стратегиям обоих игроков можно определить оптимальные решения пары двойственных задач линейного программирования?  <i>рекомендуемые источники из разделов 8, 9</i></p>	Семинар-дискуссия/проблемный семинар. Проверка выполнения домашних заданий.
<b>Тема 7.</b> Основные понятия игры с природой. <b>Тема 8.</b> Принятие решений в условиях риска <b>Тема 9.</b> Принятие решений в условиях неопределенности	<p>Перечислите черты, характеризующие игры с природой. Что представляет собой область определения и множество значений выигрыш-функции в игре с природой?</p> <p>Как определяется риск неполучения максимального выигрыша при выборе смешанной стратегии?</p> <p>Какая стратегия есть оптимальной во множестве чистых стратегий по выигрыш-критерию Байеса?</p> <p>В чём состоит принцип Лапласа недостаточного основания? Что такое показатель неэффективности чистой стратегии по риск-критерию относительных вероятностей?</p>	Семинар-исследование. Решение задач.

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Основная цель самостоятельной работы студента при изучении дисциплины «Теория игр» — закрепить теоретические знания, полученные в ходе лекционных занятий, глубоко изучить, используя рекомендованную литературу, а также лекции по курсу, основные теоретические аспекты дисциплины, связанные с методами ценообразования.

Самостоятельная работа студента в процессе изучения дисциплины включает:

- освоение рекомендованной преподавателем по данной дисциплине основной и дополнительной учебной литературы;
- изучение корпоративных образовательных ресурсов (электронные учебники, электронные библиотеки, электронные видеокурсы и др.);
- выполнение домашних заданий в виде решения отдельных задач;
- поиск информации в Интернете;
- консультации по наиболее сложным вопросам;
- участие в работе видео-клуба по кафедре и ежегодных студенческих научных конференциях;
- подготовку к зачету.

На самостоятельную работу студентов, обучающихся отводится 58 часа по очной форме обучения (таблица 6).

Таблица 6 – Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
<b>Тема 1.</b> Задачи принятия решения. Парные антагонистические игры: основные понятия и определения.	Различные координатные и векторно-матричные формулы выигрыш-функции в смешанных стратегиях.	Формулирование задания с указанием литературы и сроков выполнения.
<b>Тема 2.</b> Матрица выигрышей. Максиминный и минимаксный принципы игроков. Матричные игры с седловой точкой.	Критерий Лапласа оптимальности стратегий во множестве чистых стратегий. Критерий Лапласа оптимальности стратегий во множестве смешанных стратегий. Максимаксный критерий. Миниминный критерий.	Консультации. Контроль.
<b>Тема 3.</b> Решение игры в смешанных стратегиях. Редуцирование игр.	Анализ прототипных задач: «Дилемма узников», «Борьба за рынки»	Выборочные короткие доклады по результатам самостоятельной работы.
<b>Тема 4.</b> Аналитическое и геометрическое решение игр $2 \times 2$ , $2 \times n$ , $m \times 2$ .	Графо-аналитический метод Аналитический метод решения игры	Решение задач с проверкой на семинарах
<b>Тема 5.</b> Точные и приближенные методы решения игр $m \times n$ (метод Шепли-Сноу и Брауна-Робинсон).	Метод Шепли-Сноу и задачи принятия решения Теоретическая основа метода Брауна-Робинсон Пример использования разработанной программы, решение задачи недружественного поглощения двух компаний и анализ выходных данных. Код, реализующий алгоритм Брауна-Робинсон в среде Matlab	Решение задач с проверкой на семинарах

<b>Тема 6.</b> Взаимосвязь матричных игр и линейного программирования.	Решение любой матричной игры сведением к решению пары двойственных друг другу стандартных задач линейного программирования Смысл теории линейного программирования как эквивалента теории матричных игр	Решение задач с проверкой на семинарах
<b>Тема 7.</b> Основные понятия игры с природой.	Критерии выбора стратегий при игре с природой Критерий Байеса (Bayes) (статистический, наибольшего среднего результата, максимального математического ожидания) Место критерия Байеса Критерий Вальда (Wald) (пессимизма, наибольшего худшего результата, максимина)	Выборочные короткие доклады по результатам самостоятельной работы.
<b>Тема 8.</b> Принятие решений в условиях риска	Методология принятия решения в условиях риска и неопределенности Принятие решений в условиях неопределенности, основанное на том, что вероятности различных вариантов развития событий неизвестны.	Выборочные короткие доклады по результатам самостоятельной работы.
<b>Тема 9.</b> Принятие решений в условиях неопределенности	Принятие решений в условиях риска, основанное на том, что каждой ситуации развития событий может быть задана вероятность его осуществления. Построение в процессе обоснования рискованных решений называемой «матрицы решений».	Выборочные короткие доклады по результатам самостоятельной работы.

## 6.2. Перечень вопросов, заданий тем для подготовки к текущему контролю

### Пример задания по теме «Статистические игры (игры с природой)»:

**Задача.** При работе ЭВМ необходимо периодически приостанавливать обработку информации и проверять ЭВМ на наличие в ней вирусов. Приостановка в обработке информации приводит к определённым экономическим издержкам. В случае же если вирус вовремя обнаружен не будет, возможна потеря и некоторой части информации, что приведёт к ещё большим убыткам.

Варианты возможных решений:  $A_1$  - полная проверка,  $A_2$  - минимальная проверка,  $A_3$  - отказ от проверки. При этом рассматриваемая ЭВМ может находиться в следующих состояниях:  $P_1$  - вирус отсутствует,  $P_2$  - вирус есть, но он не успел повредить информацию,  $P_3$  - есть файлы, нуждающиеся в восстановлении. Из предшествующих наблюдений за работой ЭВМ можно предположить, что указанные состояния равновероятны.

$A_i \setminus P$	$P_1$	$P_2$	$P_3$
$A_1$	-20	-22	-25
$A_2$	-14	-23	-31
$A_3$	0	-28	-44

Результаты, включающие затраты в условных денежных единицах на поиск вируса и его ликвидацию, а также затраты, связанные с восстановлением информации сведены в следующую таблицу.

Требуется из возможных решений  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  выбрать решение, при котором средневзвешенный риск не достижения минимальных издержек будет минимальным.

Пример задания по теме «Парные некооперативные игры с произвольной суммой выигрышей»:

**Задача.** «Продажа товара на рынке». Имеются два продавца, продающие определенный товар на рынке. Оба знают, что чем выше цена, тем меньше общий объем продаж. Для простоты предполагается, что каждый из них может продать либо 400 единиц товара, либо 100 единиц. Известно, что при продаже 800 единиц на рынке складывается цена, равная 100 фунтам, при 500 единиц - 200 фунтов, а при объеме продаж 200 единиц - 500 фунтов. Матрица выигрышей продавцов имеет следующий вид

Продавец 1/ Продавец 2	400	100
400	(40000; 40000)	(20000; 80000)
100	(80000; 20000)	(50000; 50000)

Продавцы принимают решение независимо друг от друга. Каковы оптимальные стратегии для игроков?

**Пример задания по теме «Модели управления запасами»:**

**Задача.** «Поступление деталей на склад готовой продукции». Интенсивность поступления деталей на склад готовой продукции цеха составляет в начале смены 5 дет./мин., в течение первого часа линейно возрастает, достигая к концу его 10 дет./мин., и затем остается постоянной. Полагая, что поступление деталей на склад происходит непрерывно в течение всех 7 часов смены, а вывоз деталей со склада производится только в конце работы, записать выражение для уровня запаса в произвольный момент времени и, используя его, найти количество деталей на складе: через 30 мин. После начала работы и в конце смены.

**6.3. Тематика комплексных тем для написания домашнего творческого задания по дисциплине**

1. О структуре множества смешанных стратегий, оптимальных по критерию пессимизма-оптимизма Гурвица.
2. О свойстве сглаживания одного критерия оптимальности чистых стратегий в играх с природой.
3. Оценка кредитного рейтинга компании и прогнозирование ее будущего состояния игровыми методами исследования экономики.
4. История развития и формирования теории игр.
5. Дж.фон Нейман - основоположник теории игр.
6. Вклад Нобелевского лауреата Дж. Нэша в развитие теории игр.
7. Теория игр в менеджменте.
8. Принятие решений на базе теории игр в военном деле.
9. Теория игр во флоте.
10. Теория игр в медицине.
11. Теория игр и обеспечение информационной безопасности.
12. Применение теории игр с природой в области психофизики.
13. Анализ коммерческой деятельности при неопределённой конъюнктуре с помощью обобщённого критерия Гурвица
14. Модели принятия решений в условиях неопределенности на рынке жилья.
15. Оптимизация инвестирования средств в приобретение акций.
16. Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности чистых стратегий.

относительно рисков.

17. Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности смешанных стратегий относительно рисков.

18. Обобщенный критерий Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно рисков.

19. Обобщенный критерий Гурвица оптимальности смешанных стратегий относительно рисков.

20. Понятие планирования эксперимента в играх с природой. Идеальный эксперимент и теорема об условии целесообразности его проведения.

21. Не идеальный эксперимент и теорема об условии целесообразности его проведения.

22. Понятие о бескоалиционных (неантагонистических) играх.

23. Оптимальность по Парето.

24. Равновесие по Нэшу.

25. Анализ коммерческой деятельности при неопределённой конъюнктуре с помощью обобщённого критерия Гурвица с формализовано выбранными коэффициентами.

26. Оптимизация коммерческой деятельности и свойство сглаживания критерия Гурвица

27. Финансовый рынок и теория игр.

28. Игры со сравнимыми состояниями природы и маркетинг транспортных услуг.

29. Применение критерия Гурвица к решению задачи об оптимальной покупке промышленными предприятиями газотурбинных двигателей для производства собственной электроэнергии.

30. Анализ задачи страхования космических рисков с применением комбинированного критерия Гермейра-Гурвица.

31. Теория игр с природой и оптимизация утилизации атомных подводных лодок (АПЛ).

32. Нобелевские лауреаты по экономике (Нобелевские премии за разработку и внедрение теории игр в экономику).

33. Оценка эффективности системы школа-вуз теоретико-игровыми методами.

34. Теоретико-игровое моделирование задачи страхования авиационных рисков с применением комбинированного критерия Гермейера-Гурвица.

35. Развитие теории игр в Советском Союзе и в России.

36. Решение игры  $m \times n$  методом Шепли-Сноу и экономическое приложение.

37. Решение игры  $m \times n$  приближенным методом Брауна-Робинсон и экономическое приложение.

38. Геометрические методы решения игр и экономическое приложение.

39. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах.

40. Определение и теорема о симметричной матричной игре.

41. Теорема о сведении решения пары взаимно двойственных задач линейного программирования к решению симметричной матричной игры.

42. Игры с природой. Показатель благоприятности состояния природы. Риск игрока, принимающего решение. Матрица рисков. Принятие решений в условиях риска и неопределенности.

43. Критерий Байеса оптимальности чистых и смешанных стратегий относительно выигрышей.

44. Критерий Байеса оптимальности чистых и смешанных стратегий относительно

рисков.

45. Выбор инвестиционного проекта по критерию Ходжа-Лемана.
46. Оптимизация выбора корпоративного заемщика банка на основе синтетического критерия Вальда-Сэвиджа.
47. Теория игр в логистике.
48. Применение теории антагонистических игр для выбора оптимальных решений при создании рациональных запасов сырья, материалов, полуфабрикатов.
49. Применение теории игр в выборе посева одной из возможных культур в зависимости от погод
50. Теоретико-игровые модели принятия решений в системах данных в условиях цифровой экономики.

Текущий контроль осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов, по результатам выполнения самостоятельных работ. Основными формами текущего контроля знаний являются:

- обсуждение вопросов тем и контрольных вопросов;
- решение задач, тестов и их обсуждение в точки зрения умения формулировать выводы.

О подходе к оценке знаний студентов преподаватель информирует студентов на первом семинарском (практическом) занятии. На последнем семинарском (практическом) занятии студентам сообщается оценка, которую они получают по итогам работы в семестре. Студенты могут улучшить свою оценку по итогам работы в семестре за счет отработки пропущенных занятий. Отработка пропусков, имевших место по причине работы студентов во время занятий, не допускается.

Промежуточный контроль по учебной дисциплине «Теория игр» проводится в форме экзамена в устной или письменной форме в виде ответов на вопросы экзаменационного билета.

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях кафедры «Математика и информатика».

## **7.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Теория игр».

Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

### **7.1 Описание показателей и критериев оценивания компетенций**

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетвор ительно»	«удовлетвор ительно»	«хорошо»	«отлично»	
<b>ПКН-1 Способен собирать, анализировать и систематизировать данные современных научных исследований в области прикладной математики и информатики, требуемых для формирования заключений по соответствующим научным исследованиям</b>					
Работает с источниками информации, выбирает и оценивает применимость полученной информации для решения поставленной научно-исследовательских задач					
Знать: необходимы е приемы и навыки системного анализа, обработки и статистическ ого анализа данных для решения математичес ких задач;	Фрагментарн ое представлен ие о приемах и навыках системного анализа, обработки и статистическ ого анализа данных для решения математичес ких задач	Неполные представлен ия о приемах и навыках системного анализа, обработки и статистическ ого анализа данных для решения математичес ких задач	Сформирова нные, но содержащие отдельные пробелы представлен ия о приемах и навыках системного анализа, обработки и статистическ ого анализа данных для решения математичес ких задач	Сформирова нные систематичес кие представлен ия о приемах и навыках системного анализа, обработки и статистическ ого анализа данных для решения математичес ких задач	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Уметь: применять основные подходы, методы и модели теории игр для решения оптимизацио нных и прикладных задач	Фрагментарн ое умение применять основные подходы, методы и модели теории игр для решения оптимизацио нных и прикладных задач	Несистемати ческое применение умений основных подходов методов и моделей теории игр для решения оптимизацио нных и прикладных задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять основные подходы, методы и модели теории игр для решения оптимизацио нных и прикладных задач	Сформирова нное умение применять основные подходы, методы и модели теории игр для решения оптимизацио нных и прикладных задач	Задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Отбирает для решения исследовательской задачи математические методы и модели, осуществляет проверку адекватности моделей, анализ и интерпретацию результатов					
Знать: базовые	Фрагментарн ое	Неполные представлен	Сформирова нные, но	Сформирова нные	Вопросы для оценки знаний



Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетвор ительно»	«удовлетвор ительно»	«хорошо»	«отлично»	
принципы грамотных математических постановок финансово-экономических задач, перехода от экономических постановок задач к математическим моделям и их алгоритмы	представление о базовых принципах грамотных математических постановок финансово-экономических задач, перехода от экономических постановок задач к математическим моделям и их алгоритмам	о базовых принципах грамотных математических постановок финансово-экономических задач, перехода от экономических постановок задач к математическим моделям и их алгоритмам	содержащие отдельные пробелы представление о базовых принципах грамотных математических постановок финансово-экономических задач, перехода от экономических постановок задач к математическим моделям и их алгоритмам	систематические представления о базовых принципах грамотных математических постановок финансово-экономических задач, перехода от экономических постановок задач к математическим моделям и их алгоритмам	и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Уметь: применять математические подходы и методы теории игр и исследования операций для оценки эффективности управленческих решений	Фрагментарное умение применять математические подходы и методы теории игр и исследования операций для оценки эффективности управленческих решений	Несистематическое применение умений теории игр и исследования операций для оценки эффективности управленческих решений	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение математические подходы и методы теории игр и исследования операций для оценки эффективности управленческих решений	Сформированное умение применять математические подходы и методы теории игр и исследования операций для оценки эффективности управленческих решений	Задания в виде расчетных задач, тестовые задания

## 7.2 Задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний и умений, характеризующих формирование компетенций в процессе освоения

## ОП ВО

### 7.2.1 Вопросы для оценки знаний и умений, характеризующих формирование компетенций

Шифр компетенции	Вопросы	Правильный ответ
ПKN - 1	1. Свойства седловых точек действительной функции двух векторных аргументов.	Если $(x', y'), (x'', y'')$ – седловые точки функции $f(x, y)$ заданной на декартовом произведении $XY$ ( $x', x''$ принадлежат $X$ ; $y', y''$ принадлежат $Y$ ), то значение функции в этих точках равны. $f(x', y') = f(x'', y'')$ Если $(x', y'), (x'', y'')$ – седловые точки функции $f(x, y)$ заданной на декартовом произведении $XY$ ( $x', x''$ принадлежат $X$ ; $y', y''$ принадлежат $Y$ ), то $(x', y''), (x'', y')$ – тоже седловые точки функции $f(x, y)$ .
	2. Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно выигрышей.	Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно выигрышей рекомендует статистику руководствоваться некоторым средним результатом, характеризующим состояние между крайним пессимизмом и оптимизмом. Оптимальным считается стратегия, для которого достигается следующее значение: $H_A = \max_{1 \leq i \leq m} \{p \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij} + (1-p) \max_{1 \leq j \leq n} a_{ij}\}$ где $p \in [0, 1]$ – коэффициент пессимизма.
	3. Задача теории игр в экономике	Теория игр – это теоретические основы математических моделей принятия оптимальных решений в конфликтных ситуациях рыночных отношений. 1940 г- Джон фон Нейман и Оскар Моргенштерн основали теорию игр. Задача теории игр в экономике - задача о выборе оптимальных решений в условиях неопределенности. Во многих задачах финансово-экономической сферы возникает необходимость принятия решения. Проблема принятия оптимальных решений и в частности в экономике осложняется тем, что часто ее приходится решать в условиях неопределенности (неполноты информации). Неопределенность может иметь различный характер: 1. неопределенными могут быть действия противоборствующих сторон, направленных на уменьшение эффективности принимаемых решений другой стороной (конкурирующие на одном рынке фирмы осуществляют действия, приводящие к реализации своих интересов и одновременно

		<p>препятствующие в этом конкурентным (другим) интересам (фирмам).</p> <p>2. неопределенность может относиться к ситуации риска, в которой ЛПР (лицо, принимающее решение) в состоянии установить не только их результаты, но и вероятности их появления.</p> <p>Существуют ситуации, когда известны последствия принимаемых решений, но неизвестна их вероятность. В этом случае решение приходится принимать в условиях полной неопределенности.</p> <p>3. неопределенностью может обладать цель решения задачи, когда показатель эффективности решения (целевая функция) характеризуется единственным числом и не всегда отражает достаточно полную картину событий.</p>																
	4. Смешанные стратегии: определение, геометрическая интерпретация	<p>Смешанная стратегия – стратегия, состоящая в случайном выборе игроком одной из его чистых стратегий. Следовательно, смешанная стратегия есть дискретная случайная величина, значения которой равны номерам чистых стратегий. Следовательно, смешанная стратегия есть линейная комбинация чистых стратегий с коэффициентами равными вероятностям этих стратегий.</p> <p>Из теории вероятности известно, что случайная величина характеризуется не только возможными значениями, но и вероятностями, с которыми она эти значения принимает, т.е. закон распределения случайной величины.</p> <p>Пусть <math>P, Q</math> – соответственно смешанные стратегии игроков <math>A</math> и <math>B</math>. Тогда смешанная стратегия <math>P</math> игрока <math>A</math> задаётся законом распределения:</p> <table><tr><td><math>A_1</math></td><td><math>A_2</math></td><td>....</td><td><math>A_m</math></td></tr><tr><td><math>p_1</math></td><td><math>p_2</math></td><td>...</td><td><math>p_m</math></td></tr></table> <p>Смешанная стратегия <math>Q</math> игрока <math>B</math> задаётся следующим законом распределения:</p> <table><tr><td><math>B_1</math></td><td><math>B_2</math></td><td>....</td><td><math>B_n</math></td></tr><tr><td><math>q_1</math></td><td><math>q_2</math></td><td>...</td><td><math>q_n</math></td></tr></table> <p>Если <math>S_A^c = \{A_i\} \quad i = 1, \dots, m</math> – множество чистых стратегий игрока <math>A</math>, то любая смешанная стратегия <math>P</math> игрока <math>A</math> определяется вероятностями <math>p_1, \dots, p_m</math>, с которыми он выбирает соответствующие чистые стратегии</p>	$A_1$	$A_2$	....	$A_m$	$p_1$	$p_2$	...	$p_m$	$B_1$	$B_2$	....	$B_n$	$q_1$	$q_2$	...	$q_n$
$A_1$	$A_2$	....	$A_m$															
$p_1$	$p_2$	...	$p_m$															
$B_1$	$B_2$	....	$B_n$															
$q_1$	$q_2$	...	$q_n$															

		<p><math>(A_1, \dots, A_m), P=(p_1, \dots, p_m)</math>.</p> <p>Любую чистую стратегию <math>A_i</math> (<math>i=1, \dots, m</math>) можно рассматривать как смешанную.</p> <p>То есть чистая стратегия <math>A_i</math> выбирается с вероятностью <math>P_i</math> (<math>i=1, \dots, m</math>), а все остальные <math>(m-1)</math> - стратегии с вероятностями, равными 0.</p> <p>Смешанная стратегия есть линейная комбинация чистых стратегий с коэффициентами, равными вероятностям в этих стратегиях.</p> <p><math>P, Q</math> – соответственно смешанные стратегии игроков <math>A</math> и <math>B</math>.</p> $P = \sum_{i=1}^m p_i A_i$ $Q = \sum_{j=1}^n q_j B_j$ <p>Множество <math>S_A</math> смешанных стратегий игрока <math>A</math> геометрически представляет собой <math>(m-1)</math> мерный симплекс с <math>m</math> вершиной, являющимися чистыми стратегиями <math>A_1 \dots A_m</math></p>
	<p>5. Матрица игры: определение, связь элементов матрицы с функцией выигрыша</p>	<p>Матрица игры (также платёжная матрица) – матрица выигрышей игрока <math>A</math> в антагонистической игре.</p> <p><b>Матрица игры</b> – матрица выигрышей игрока <math>A</math> в антагонистической игре, имеющая размер <math>m \times n</math>, где <math>m</math> – число строк (т.е. число стратегий игрока <math>A</math>, <math>n</math> – столбцов (стратегий <math>B</math>)).</p> <p>Матрица игры (также платёжная матрица) – матрица выигрышей игрока <math>A</math> в антагонистической игре.</p> <p>Значение элемента матрицы выигрыша равно значению функции выигрыша в соответствующей ситуации.</p> <p>Матрица игры определяется функцией выигрыша, которая может быть задана:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• словесно;</li> <li>• графически;</li> <li>• таблично;</li> <li>• аналитически.</li> </ul> <p>Рассмотрим конечную антагонистическую игру с игроками <math>A</math> и <math>B</math>.</p> $S_A^c = \{A_i\} \quad i=1 \dots m$ $S_B^c = \{B_j\} \quad j=1 \dots n$ $F_A = -F_B$ <p>Если строки некоторой матрицы поставить в соответствии стратегиям игрока <math>A</math>, а столбцы-стратегиям игрока <math>B</math>, то получим матрицу игрока <math>A</math>:</p> $A_{mn}$ $a_{ij} = F_A(A_i, B_j) \quad (i=1 \dots m \quad j=1 \dots n)$ <p>Аналогичную для игрока <math>B</math>:</p> $B_{nm}$ $b_{ji} = F_B(B_j, A_i) \quad (i=1 \dots m \quad j=1 \dots n)$

		<p>Если рассматриваемая игра – антагонистическая (т.е. с нулевой суммой выигрышей), то функции выигрышей <math>F_A</math> и <math>F_B</math> игроков <math>A</math> и <math>B</math> связаны между собой равенством: <math>F_A = -F_B</math>, то <math>a_{ij} = -b_{ji}</math></p> <p>Эти равенства означают, что матрица выигрышей <math>B</math> игрока <math>B</math> является противоположной транспонированной матрице <math>A</math>.</p> <p>Матрица игры зависит от упорядоченных множеств стратегий игроков. Т.е. при другой нумерации стратегий получим другую матрицу игры.</p> <p>Но при всевозможных матрицах игры, функция выигрыша игроков будет одинаковой на декартовом произведении множеств стратегий игроков.</p> <p>Матрица выигрышей <math>B</math> игрока <math>B</math> является противоположной транспонированной матрице <math>A</math>.</p> $F_A = -F_B \Rightarrow a_{ij} = -b_{ji} \Leftrightarrow A = -B^T$ – матричная $\Rightarrow \{S_A^c, S_B^c, F_A\}$ $F_A \neq -F_B \Rightarrow F_A + F_B \neq 0 \Rightarrow A \neq -B^T$ – биматричная $\Rightarrow \{S_A^c, S_B^c, F_A, F_B\}$
	6. Определение и существование показателя эффективности смешанной стратегии игрока $A$ относительно множеств смешанных и чистых стратегий игрока $B$	<p>Для любой смешанной (в частности чистой) стратегии <math>P</math> принадлежащей <math>S_A</math> существует: <math>\alpha(P, S_B) = \min_{Q \in S_B} H(P, Q)</math> – показатель эффективности</p> <p><math>Q \in S_B</math></p> <p>смешанной стратегии <math>P</math> игрока <math>A</math> относительно множества <math>S_B</math> смешанных стратегий игрока <math>B</math>.</p> $\alpha(P, S_B^c) = \min_{Q \in S_B^c} H(P, Q) = \min_{1 \leq j \leq n} H(P, B_j)$ <p>– показатель эффективности</p> <p><math>Q \in S_B^c \quad 1 \leq j \leq n</math></p> <p>смешанной стратегии <math>P</math> игрока <math>A</math> относительно множества <math>S_B^c</math> чистых стратегий игрока <math>B</math>.</p>
	7. Теорема Дж. фон Неймана	<p>Теорема Дж. фон Неймана (основная теорема теории матричных игр) :</p> <p>Любая матричная игра имеет решение в смешанных стратегиях, т.е. существуют цена игры <math>V</math> в смешанных стратегиях и оптимальные смешанные стратегии <math>P^0</math> и <math>Q^0</math> соответственно игроков <math>A</math> и <math>B</math>.</p> $V = \underline{V} = \alpha(P^0) = \max_{P \in S_A} \alpha(P)$ $= \bar{V} = \beta(Q^0)$ $= \min_{Q \in S_B} \beta(Q)$ $= H(P^0, Q^0)$ <p><math>P \in S_A \quad Q \in S_B</math></p> <p>Следовательно, из теоремы Дж. Фон Неймана следует: Всегда существуют оптимальные смешанные стратегии, которые в свою очередь образуют хотя бы одну седловую точку.</p>
	8. Устойчивые и неустойчивые игровые	<p>Ситуация <math>(A_{j_0}, B_{j_0})</math> равновесная, устойчивая или седловая точка игры,</p>

	<p>ситуации. Игровые ситуации, удовлетворительные для игроков, и их критерии.</p>	<p>если она удовлетворительна для каждого из игроков А и В.  <math>a_{ij0} \leq a_{i0j0} \leq a_{i0j} \Rightarrow a_{i0j0} = \alpha_{i0} = \beta_{j0}</math>  Следовательно, ситуация <math>(A_{i0}, B_{j0})</math> – устойчива, если игроки А и В придерживаются соответственно своих <math>\max</math> и <math>\min</math> стратегий, и ни один из них не может увеличить выигрыш отступая от своих стратегий.  Неустойчивая ситуация – ситуация, сложившаяся после первых ходов игры устраивает только одного игрока, например А, тогда игрок В следующим ходом меняет свою стратегию, приводя игру к ситуации, которая не удовлетворяет игрока А.  Ситуация <math>(A_{i0}, B_{j0})</math> называется удовлетворительной (приемлемой) для игрока А если <math>a_{ij0} \leq a_{i0j0}</math> (<math>1 \leq i \leq m</math>) и удовлетворительна для В если <math>a_{i0j0} \leq a_{i0j}</math> (<math>1 \leq j \leq n</math>)  Ситуация <math>(A_{i0}, B_{j0})</math> будет удовлетворительной для игрока А тогда и только тогда, когда его выигрыш <math>a_{i0j0}</math> будет равен показателю неэффективности <math>\beta_{j0}</math> стратегии <math>B_{j0}</math> игрока В.  т.е. будет максимальным в <math>j0</math> столбце матрицы А.  <math>a_{i0j0} = \beta_{j0}</math>  <math>n \leq N_{удовл}^A \leq mn</math></p> <p>Ситуация <math>(A_{i0}, B_{j0})</math> будет удовлетворительной для игрока В тогда и только тогда, когда его проигрыш в этой ситуации равен показателю эффективности <math>\alpha_{i0}</math> стратегии <math>A_{i0}</math> игрока А.  <math>(A_{i0}, B_{j0}) \Rightarrow a_{i0j0} = \alpha_{i0}</math>  То есть будет <math>\min</math> в ненулевой строке  <math>m \leq N_{удовл}^B \leq mn</math></p>
	<p>9. Антагонистическая игра: сущность, связь функций выигрыша игроков.</p>	<p>Антагонистическая игра – игра с двумя участниками, которые преследуют противоположные цели. В такой игре один из игроков выигрывает ровно столько, сколько проигрывает другой.  Если рассматриваемая игра – антагонистическая (т.е. с нулевой суммой выигрышей), то функции выигрышей <math>F_A</math> и <math>F_B</math> игроков А и В связаны между собой равенством:  <math>F_A = -F_B</math>, то <math>a_{ij} = -b_{ji}</math>  Эти равенства означают, что матрица выигрышей В игрока В является противоположной, транспонированной матрице А.  Матрица игры зависит от упорядоченных множеств стратегий игроков. Т.е. при другой нумерации</p>

		<p>стратегий получим другую матрицу игры.</p> <p>Но при всевозможных матрицах игры, функция выигрыша игроков будет одинаковой на декартовом произведении множеств стратегий игроков.</p> <p><math>F_A = -F_B \Rightarrow a_{ij} = -b_{ji} \Leftrightarrow A = -B^T</math> – матричная <math>\Rightarrow \{S_A^c, S_B^c, F_A\}</math></p>
	10. Игры с природой: сущность, экономические примеры.	<p>В экономике часто принятие решений связано не с сознательным противодействием противнику, а с недостаточной информированностью игрока об объективных условиях, в которых будет приниматься решение. Такая модель называется игра с природой.</p> <p>Отличительной особенностью игры с природой от антагонистической состоит в том, что в первой имеется один активный игрок (как правило игрок А), а второй игрок – природа, действующая не осознанно.</p> <p>Методы принятия решений в играх с природой зависят от характера неопределенности поведения природы, т.е. известно или нет вероятности ее состояния.</p> <p>Задача игрока А состоит в выборе оптимальной стратегии, обеспечивающей ему максимально возможный выигрыш.</p>
	11. Критерий Лапласа оптимальности чистых стратегий относительно выигрышей	<p>Часто складывается ситуация, когда статистик (игрок А) лишен возможности определить вероятности состояния природы, тогда он вынужден их оценивать субъективно.</p> <p>Один из способов состоит в том, что он не отдает предпочтения ни одному из состояний природы, то есть считает их равновероятными.</p> $q_j = \frac{1}{n},$ $j = 1, \dots, n$ <p>Показатель эффективности чистых стратегий по критерию Лапласа относительно выигрышей называется средняя арифметическая выигрышей при применении игроком А <math>A_i</math> стратегии.</p> <p>Оптимальным среди чистых стратегий по критерию Лапласа называется стратегия <math>A_{i0}</math>, показатель эффективности которой максимален.</p> <p><math>A_{i0}</math> оптимальна если: <math>\bar{a}_{i0} = \max \bar{a}_i, i = 1, \dots, m</math></p> <p>Таким образом это есть частный случай критерия Байеса при <math>q_j = \frac{1}{n}</math></p>

	<p>12. Теорема о соотношении между нижней и верхней ценами игры в смешанных и чистых стратегиях.</p>	<p>Для элементов матрицы <math>A</math> имеет место неравенство:  <math>\alpha = \min_j \min_i a_{ij} \leq \beta = \max_i \max_j a_{ij}</math> следовательно, <math>\alpha \leq \beta</math>          Нижняя цена игры чистых стратегий не превосходит ее верхнюю цену.          Нижняя цена игры <math>\alpha</math>, верхняя цена игры <math>\beta</math> в чистых стратегиях, нижняя цена <math>\underline{V}</math> и верхняя цена игры <math>\bar{V}</math> удовлетворяет неравенство:  <math>\alpha \leq \underline{V} \leq \bar{V} \leq \beta</math></p>
	<p>13. Функция выигрыша в смешанных стратегиях: запись в координатной и матричной формах.</p>	<p>Функция выигрыша игрока <math>A</math> в смешанных стратегиях- есть функция <math>H</math>, заданная на декартовом произведении множеств смешанных стратегий и ставящей в соответствие каждой ситуации <math>(P, Q)</math> средний выигрыш игрока <math>A</math> в этой ситуации.</p> <p><math>H(P, Q) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_i a_{ij} q_j</math> - координатная форма  <math>(P, Q) \in S_A \times S_B \Rightarrow</math> область определения  <math>H(P, Q) = P_{1 \times m} \times A_{mn} \times Q_{n \times 1}^T</math> - матричная форма</p>
	<p>14. Основные понятия и определения теории игр. Классификация игр.</p>	<p><b>Теория игр</b> – теоретическая основа математических моделей, принятие оптимальных решений в конфликтной ситуации рыночных отношений.  <b>Неопределенность</b> – действия сторон, направленных на уменьшение эффективности другой стороной.  <b>Риск</b> – вероятность неблагоприятного исхода.</p> <p><b>I. Конфликтные ситуации</b>- столкновение интересов не менее 2-х сторон, каждой из которых для достижения своих целей имеет возможность действовать различными способами, в зависимости от действий противоборствующей стороны          Она характеризуется:          А) наличием конфликтующих сторон(игроков)          Б) наличием возможных действий(стратегий)          В) интересами сторон, выражающими различными потребностями игроков</p> <p><b>II. Игра</b>- математическая модель конфликтной ситуации</p> <p><b>III. Коалиции</b>- объединение игроков</p> <p>1) по причинам образования          а) коалиции действия, если цель объединения игроков только совместные действия          б) коалиции интересов- образована по признаку идентичности предпочтений исходов игроков          в) коалиции и действий и интересов- коалиция</p> <p>2) по временному фактору          А) временные, в процессе игры</p>



		<p>состав игроков может меняться  Б) состав игроков не меняется  3) по числу игроков  А) парный, в каждой коалиции два игрока  Б) множественный, если хотя бы в одной коалиции более 2-х игроков  <b>VI.Правила игры</b>- система условий с целью формализации (запись на математическом языке)  А) стратегии игроков (чистая)  Б) объем информации, которой каждый из игроков может получить о действиях (стратегиях) другого игрока  В) исход игры в результате любой совокупности стратегии игроков</p>
	15. Критерий Байеса оптимальности чистых стратегий относительно выигрышей	<p>Предположим, что игроку А известно не только состояния природы <math>\Pi_1, \dots, \Pi_m</math>, но и соответствующие им вероятности <math>Q_1, \dots, Q_m</math>, с которыми природа принимает эти состояния.  Показателем эффективности чистых стратегий <math>A_i</math> по критерию Байеса относительно выигрыша, называется среднее значение выигрыша (т.е. математическое ожидание), при применении игроком <math>A_i</math> стратегии с учетом вероятностей состояний природы.</p> $\bar{a}_i = q_1 \times \bar{a}_{i1} + q_2 \times \bar{a}_{i2} + q_n \times \bar{a}_{in}$ $= \sum_{j=1}^n q_j a_{ij}$ <p>Оптимальной среди чистых стратегий по критерию Байеса относительно выигрышей считается стратегия <math>A_{i0}</math> с максимальным средним выигрышем.</p> $\bar{Q}_{i0} = \max \bar{Q}_i$
	16. Принцип доминирования стратегий.	<p>Доминирование - ситуация, при которой одна из стратегий некоторого игрока дает больший выигрыш, нежели другая, при любых действиях его оппонентов. Цель принципа доминирования – уменьшить размер матрицы, путем выбрасывания из рассмотрения тех стратегий, которые являются очевидно невыгодными.</p> <p>Стратегия <math>A_{i1}</math> доминирует стратегию <math>A_{i2}</math> строго если <math>a_{i1j} &gt; a_{i2j}</math>, и не строго если <math>a_{i1j} \geq a_{i2j}</math></p> <p>Стратегия <math>B_{j1}</math> доминирует стратегию <math>B_{j2}</math> строго если <math>a_{ij1} &lt; a_{ij2}</math>, и доминирует не строго если <math>a_{ij1} \leq a_{ij2}</math>.</p> <p>Стратегия <math>A_{i1}</math> дублирует стратегию <math>A_{i2}</math></p>

		если $a_{i1j} = a_{i2j}$ . Стратегия $B_{j1}$ дублирует стратегию $B_{j2}$ если $a_{ij1} = a_{ij2}$
	17. Неопределённость при принятии решений, виды неопределённостей.	<p>Проблема принятия оптимального решения осложняется тем, что часто приходится ее решать в условиях неопределенности.</p> <p>Неопределенность может иметь различный характер:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Неопределенным могут быть действия противоборствующих сторон, направленные на уменьшение эффективности принимаемых решений другой стороны (конкурирующая фирма).</li> <li>2) Неопределенность может относиться к ситуации риска, который ЛПР (лицо, принимающее решение) в состоянии установить не только их результаты, но и вероятности их появления.</li> </ol> <p>Существует ситуация полной неопределенности, когда известны результаты принимаемых решений, но не известна их вероятность.</p> <p>Неопределенностью может обладать цель решения задачи, когда показатель эффективности (целевая функция) характеризуется единственным числом, не всегда отражает полную картину событий.</p>
	18. Теорема об эквивалентности критериев Байеса относительно выигрышей и относительно рисков	Критерий Байеса относительно рисков и относительно выигрышей эквивалентны. То есть, если $A_{i0}$ принадлежащий $S_A^c$ является оптимальной по первому критерию, то она является оптимальной и по второму критерию, и наоборот.
	19. Биматричная игра: сущность, привести экономический пример	<p><b>Биматричная игра</b> - конечная бескоалиционная игра двух лиц.</p> <p>Биматричная игра задается двумя матрицами одинакового размера, являющимися матрицами выигрышей соответственно игроков А и В.</p> <p><b>Биматричная игра</b> – неантагонистическая игра не с нулевой суммой. В биматричной игре нужно знать две матрицы, тут неопределенность выше.</p> <p><math>F_A = -F_B \Rightarrow a_{ij} = -b_{ji} \Leftrightarrow A = -B^T</math> – матричная <math>\Rightarrow \{S_A^c, S_B^c, F_A\}</math></p> <p><math>F_A \neq -F_B \Rightarrow F_A + F_B \neq 0 \Rightarrow A \neq -B^T</math> – биматричная <math>\Rightarrow \{S_A^c, S_B^c, F_A, F_B\}</math></p>
	20. Матрица рисков, её связь с матрицей	В экономике часто принятие

	<p>выигрышей.</p>	<p>решений связано не с сознательным противодействием противнику, а с недостаточной информированностью игрока об объективных условиях, в которых будет приниматься решение. Такая модель называется игра с природой.</p> <p>Методы принятия решений в играх с природой зависят от характера неопределенности поведения природы, т.е. известно или нет вероятности ее состояния.</p> <p>Показателем благоприятности состояния <math>P_j</math> (<math>j=1, \dots, n</math>) природы <math>P</math> называется наибольший выигрыш игрока <math>A</math> при данном состоянии природы, т.е. наибольший элемент в <math>j</math>-том столбце матрицы <math>A</math>.</p> $\beta_j = \max a_{ij}; i=1 \dots m, j=1 \dots n.$ <p>Для характеристики удачности применения стратегии <math>A_i</math> игрока <math>A</math> при состоянии природы <math>P_j</math> вводится понятие риска.</p> <p>Риск (<math>r_{ij}</math>) - разность между показателем благоприятности <math>\beta_j</math> состояния природы <math>P_j</math> и фактическим выигрышем <math>a_{ij}</math>.</p> $r_{ij} = \beta_j - a_{ij} = \max a_{ij} - a_{ij}$ <p>Разность между выигрышем, который игрок <math>A</math> получил бы, если заранее знал, что природа примет состояние <math>P_j</math> и выигрышем, который он получит фактически при этом же состоянии.</p> <p>Поэтому риск <math>r_{ij}</math> (<math>i=1 \dots m, j=1 \dots n</math>) игрока <math>A</math> при применении стратегии <math>A_i</math> в условиях состояния <math>P_j</math> природы <math>P</math>, есть упущенная возможность максимального выигрыша при этом состоянии природы. Матрица рисков строится по столбцам, исходя из формулы <math>r_{ij} = \beta_j - a_{ij}</math>, имеет ту же размерность, что и матрица выигрышей.</p> <p>Матрица <math>R=(r_{ij})</math>-называется матрицей рисков.</p>
--	-------------------	--

### 7.2.2 Тесты

Шифр компетенции	Тестовые задания	Правильный ответ
ПKN - 1	<p>1. При каких значениях <math>\alpha</math> критерий Гурвица обращается в критерий Вальда?</p> <p>а) <math>&gt;0</math>. б) <math>=1</math>. в) <math>&lt;0</math>.</p>	б

2. В чем отличие критерия Сэвиджа от остальных изученных критериев принятия решения: а) Он минимизируется. б) Он максимизируется. в) Он не всегда дает однозначный ответ	а
3. Антагонистическая игра может быть задана: а) множеством стратегий обоих игроков и седловой точкой. б) множеством стратегий обоих игроков и функцией выигрыша первого игрока.	б
4. Матричная игра – это частный случай антагонистической игры, при котором обязательно выполняется одно из требований: а) один из игроков имеет бесконечное число стратегий. б) оба игрока имеют бесконечно много стратегий. в) оба игрока имеют одно и то же число стратегий. г) оба игрока имеют конечное число стратегий.	г
5. Пусть матричная игра задана матрицей, в которой все элементы положительны. Цена игры положительна: а) да. б) нет. в) нет однозначного ответа.	а
6. Цена игры всегда меньше верхней цены игры, если обе цены существуют: а) да. б) нет. в) вопрос некорректен.	б
7. Оптимальная смешанная стратегия для матричной игры меньше любой другой стратегии. а) да. б) нет. в) вопрос некорректен. г) нет однозначного ответа.	в
8. Цена игры существует для матричных игр в смешанных стратегиях всегда. а) да. б) нет.	а
9. Каких стратегий в матричной игре размерности, отличной от 1, больше: а) чистых. б) смешанных. в) поровну и тех, и тех.	б
10. Если в матрице все столбцы одинаковы и имеют вид ( 4 5 0 1), то какая стратегия оптимальна для 2-го игрока? а) первая. б) вторая. в) любая из четырех.	б
11. Какое максимальное число седловых точек может быть в игре размерности 2*3 (матрица может содержать любые числа) а) 2.	в

	б)3. в)6.	
	12. Максимум по $x$ минимума по $y$ и минимум по $y$ максимума по $x$ функции выигрыша первого игрока: а) всегда разные числа, первое больше второго. б) не всегда разные числа; первое не больше второго. в) связаны каким-то иным образом.	б

Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины, содержится в разделе 1 «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

### 7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Код компетенции	Наименование компетенции	Примеры заданий для оценки индикаторов достижения компетенции
ПKN-1	Способен собирать, анализировать и систематизировать данные современных научных исследований в области прикладной математики и информатики, требуемых для формирования по соответствующим научным исследованиям	<p><b>1. Системно подходит к выбору математических методов и систем программирования для решения прикладных задач</b>  Рассматриваются две конкурирующие финансовые компании <math>A</math> и <math>B</math>. Компания <math>B</math> ведет переговоры с инициаторами трех инвестиционных проектов <math>B_1, B_2, B_3</math> на предмет инвестирования, причем инвестиционный договор она может заключить только с одним из инициаторов проектов. Задача компании <math>B</math> - положительный результат переговоров с каким-либо из инициаторов проектов. Компания <math>A</math> ставит своей задачей свести переговоры компании <math>B</math> к отрицательному результату с тем, чтобы занять место компании <math>B</math> в инвестировании. Компания <math>A</math> для достижения своей цели может применить одно из двух средств: <math>A_1</math> - предложить инициаторам проектов более выгодные условия по сравнению с компанией <math>B</math>, <math>A_2</math> - предоставить материалы, компрометирующие компанию <math>B</math>. Действие <math>A_3</math> компании <math>A</math> приводит к отрицательному результату переговоров компании <math>B</math> с инициаторами проектов <math>B_1, B_2, B_3</math> с соответственно вероятностями 0,7; 0,5; 0,3, а действие <math>A_2</math> — с вероятностями 0,6; 0,9; 0,4.</p> <p><b>Требуется:</b> 1.Смоделировать данную ситуацию, применяя в качестве модели антагонистическую игру и сформировать матрицу выигрышей компании <math>A</math>. 2.Имеет ли данная игра решение в чистых стратегиях? Если да, выписать его и дать экономическую интерпретацию. 3. Каков будет проигрыш компании <math>B</math>, если она будет придерживаться стратегии <math>Q = (2/9, 3/9, 4/9)</math>, а компания <math>A</math> - стратегии <math>P = (6/11, 5/11)</math>? 4. Является ли стратегия <math>Q = (2/9, 3/9, 4/9)</math> оптимальной для компании <math>B</math>. 5.Найти оптимальные стратегии компании <math>A</math> геометрическим методом. 6.Дать экономическую интерпретацию полученному решению.</p>

## 2. Реализует алгоритмы с использованием современных систем программирования.

Необходимо закупить уголь для обогрева дома. Количество хранимого угля ограничено и в течение холодного периода должно быть полностью израсходовано. Имеются следующие данные о количестве и ценах угля, необходимого зимой для отопления дома:

Зима	Количество угля, (т.)	Средняя цена за 1 т., (ф.ст. £)
Мягкая	4	7
Обычная	5	7,5
Холодная	6	8

Покупать уголь можно в любое время, однако летом он дешевле, чем зимой. Летом цена угля 6 £ (ф.ст.) за 1 т. В доме есть место для запаса угля до 6 т, заготавливаемого летом. Если зимой потребуются докупить недостающее количество угля, то докупать придется по зимним ценам.

Требуется:

1. Провести теоретико-игровую формализацию задачи.
2. Сформировать матрицу выигрышей (платежную матрицу).
3. Решить задачу, используя критерий Вальда, Максимаксный критерий, критерий Сэвиджа и миниминный критерий.
4. Найти оптимальное решение по совокупности указанных критериев.

Дать экономическую интерпретацию найденному решению.

## 7.2.Примеры ситуационных задач

**Задание 1.** Рассмотрим антагонистическую ситуацию, участниками которой являются, с одной стороны, государственная налоговая инспекция, а с другой стороны, конкретный налогоплательщик с годовым доходом 180 тыс. рублей.

У государственной налоговой инспекции два возможных способа действия.

Один из них состоит в контролировании дохода налогоплательщика и взимании с него:

- налога в размере 13%, если налогоплательщик заявил свой действительный доход в размере 180 тыс. рублей;
- налога в размере 13% от 180 тыс. рублей и штрафа в размере 10% от незаявленной налогоплательщиком суммы, если налогоплательщик заявил в декларации доход меньше 180 тыс. рублей, в частности, скрыл свой доход вовсе.

Другой способ действия государственной налоговой инспекции заключается в том, чтобы вообще не контролировать доход налогоплательщика, полагаясь на его честность.

Налогоплательщик при декларировании своего дохода использует одну из следующих трех стратегий поведения:

- заявить о действительном доходе в 180 тыс. рублей;
- заявить доход в 90 тыс. рублей;
- скрыть доход.

Требуется ответить на следующие вопросы:

1) Какая из двух указанных стратегий государственной налоговой инспекции гарантирует взимание с налогоплательщика налога, не меньшего 23 400 рублей, при любой из трех отмеченных стратегий налогоплательщика?

2) Какая из трех отмеченных стратегий налогоплательщика гарантирует уплату налога не больше 23 400 рублей?

3) Существует ли решение игры в чистых стратегиях? Если да, выпишите множество оптимальных стратегий?

- 4) Чему равна цена игры в смешанных стратегиях?
- 5) Показать, что любая стратегия  $P = (p_0 = 1 - p^0, p_1 = p^0)$ , где  $p \in [0, 10/23]$ , является оптимальной для государственной налоговой инспекции.
- 6) Дать экономическую интерпретацию стратегии  $P = (0,25; 0,75)$ .

**Задание 2.** Инвестор принимает решение о строительстве жилья определенного типа в некотором месте. Он действует в условиях неопределенности (информационной непрозрачности) на рынке жилья. Чтобы сформировать представление о ситуации на рынке жилья на момент завершения строительства ему необходимо учесть цены на недвижимость, конкуренцию на рынке жилья, соотношение предложения и спроса, курсы валют и многое другое. Статистические данные свидетельствуют о том, что одной из главных составляющих стоимости жилья является место его расположения.

Рассмотрим математическую модель данной ситуации. Мы имеем игру с природой, где осознанный игрок  $A$  - инвестор, природа  $\Pi$  - совокупность возможных ситуаций на рынке жилья на момент завершения строительства, из которых можно сформировать, например, пять состояний  $\Pi_j, j = 1,2,3,4,5$ , природы. Известны приближенные значения вероятностей этих состояний  $q_j = p(\Pi_j), j = 1,2,3,4,5$ . Предположим, что игрок  $A$  располагает четырьмя (чистыми) стратегиями  $A_i, i = 1,2,3,4$ , представляющими собой выбор определенного места для постройки жилья. Множество этих мест ограничено градостроительными решениями, стоимостью земли и т.д. Инвестиционная привлекательность проекта определяется как процент прироста дохода по отношению к сумме капитальных вложений, оценка которых известна при каждой стратегии и каждом состоянии природы. Эти данные представлены в следующей таблице.

$A \backslash \Pi$	$\Pi 1$	$\Pi 2$	$\Pi 3$	$\Pi 4$	$\Pi 5$
$A 1$	2	7	3	15	6
$A 2$	4	6	11	4	5
$A 3$	6	4	9	5	5
$A 4$	3	8	7	9	5
$q_j$	0,30	0,20	0,15	0,10	0,25

в дополнительной строке которой указаны вероятности состояний природы. Требуется:

1. Решить задачу, используя критерий Байеса оптимальности чистых стратегий.
2. Найти решение в смешанных стратегиях.
3. Дать геометрическую интерпретацию множества оптимальных решений.
4. Дать экономическую интерпретацию полученным решениям.
5. Рекомендовать инвестору такой участок земли для постройки жилья, чтобы риск недостижения наиболее эффективного использования капиталовложения был минимальным.

**Задание 3.** На каждой из двух торговых баз ассортиментный минимум составляет один и тот же набор из  $n (> 2)$  видов товаров. Каждая база должна поставить в свой магазин только один из этих видов товара. Магазины, обозначим их,  $A$  и  $B$ , конкурируют между собой. Один и тот же вид товара в обоих магазинах продается по одной и той же цене. Однако, товар, поставляемый в магазин  $B$ , более высокого качества. Если магазин  $A$  завезет с базы товар  $i$ -го вида ( $i = 1,2,...,n$ ), отличный от товара  $j$ -го вида ( $j = 1,2,...,n$ ), завезенного в магазин  $B$ , то товар  $i$ -го вида будет пользоваться спросом и магазин  $A$  от его реализации получит прибыль  $c$  денежных единиц. Если же в магазины  $A$  и  $B$  завезены товары одинакового вида  $i = j$ , товар  $i$ -го вида в магазине  $A$  спросом пользоваться не будет, поскольку такой же товар, по такой же цене, но более высокого качества, можно купить в магазине  $B$ , и поэтому магазин  $A$  понесет

убытки по транспортировке, хранению и возможно порче товара  $i$ -го вида в размере  $d_i$  денежных единиц.

Требуется:

- Математически формализовать данную конфликтную ситуацию.
- Построить матрицу игры при  $n = 5$ .
- Существуют ли стратегии магазинов  $A$  и  $B$ , оптимальные во множестве чистых стратегий, при условии, что  $c = 4, c = 2, c = 3, c = 1,5; c = 5; d = 2, d = 3, d = 1, d = 4, d = 2,7$ ?
- Дать экономическую интерпретацию полученному решению.

**Задание 5.** Фирма по производству мебели решает продавать свой товар не только в своем, но и в соседнем городе. Перевозку товара в соседний город фирма осуществляет автотранспортом. Директор фирмы решил застраховать груз от некоторых из четырех видов риска: повреждение или полная гибель всего или части груза вследствие несчастного случая при погрузке, укладке или выгрузке; пропажа перевозочного средства без вести; общая авария; кража груза. Сделать это он может через страховщиков, обратившись в одну из пяти страховых компаний в городе. По опросам предпринимателей, пользовавшихся услугами этих страховых компаний, директор фирмы делает вывод о получении своих возможных выплат при наступлении страхового события от каждой из компаний, которые представлены в платежной матрице (отрицательные числа означают невыплату по каким-либо причинам возмещения по страховому случаю фирме-страхователю  $A$  страховщиком  $B$ ).

Определите: величину гарантированного возмещения для игрока  $A$ , если он при выборе вида страхования будет руководствоваться максиминным принципом; размер выплаты, больше которой не будет возмещать страхователь  $B$ , если будет следовать минимаксному принципу.

$A \setminus B$	$B1$	$B2$	$B3$	$B4$	$B5$
$A1$	3	5	3	3	1
$A2$	- 3	3	2	-3	-1
$A3$	4	3	1	4	- 2
$A4$	2	2	- 2	2	3

#### 7.4.Перечень примерных вопросов для подготовки к экзамену

- Понятие о многокритериальной оптимизации.
- Выигрыш-функция и матрица выигрышей. Чистые стратегии игроков. Соотношение между матрицами выигрышей игроков  $A$  и  $B$  в парной антагонистической игре с нулевой суммой выигрышей.
- Максиминный и минимаксный принципы игроков. Показатели эффективности и неэффективности чистых стратегий игроков. Максимин и минимакс игры. Максиминные и минимаксные стратегии.
- Нижняя и верхняя цены игры в чистых стратегиях. Теорема о соотношениях между выигрышами игрока  $A$ , показателями эффективности и неэффективности стратегий, нижней и верхней ценами игры.
- Понятие о многокритериальной оптимизации.
- Задачи теории игр в экономике, финансах и бизнесе.
- Основные понятия и определения теории антагонистических игр.
- Выигрыш-функция и матрица выигрышей. Чистые стратегии игроков. Соотношение между матрицами выигрышей игроков  $A$  и  $B$  в парной антагонистической игре с нулевой суммой выигрышей.
- Максиминный и минимаксный принципы игроков. Показатели эффективности и неэффективности чистых стратегий игроков. Максимин и минимакс игры. Максиминные и



минимаксные стратегии.

10. Нижняя и верхняя цены игры в чистых стратегиях. Теорема о соотношениях между выигрышами игрока  $A$ , показателями эффективности и неэффективности стратегий, нижней и верхней ценами игры.

11. Теорема о сведении решения матричной игры к решению пары двойственных друг другу стандартных задач линейного программирования.

12. Определение и теорема о симметричной матричной игре.

13. Теорема о сведении решения пары взаимно двойственных задач линейного программирования к решению симметричной матричной игры.

14. Игры с природой. Показатель благоприятности состояния природы. Риск игрока, принимающего решение. Матрица рисков. Принятие решений в условиях риска и неопределенности.

15. Критерий Байеса оптимальности чистых и смешанных стратегий относительно выигрышей.

16. Критерий Байеса оптимальности чистых и смешанных стратегий относительно рисков.

17. Теорема об эквивалентности критериев Байеса относительно выигрышей и относительно рисков.

18. Критерий Лапласа оптимальности чистых и смешанных стратегий относительно выигрышей.

19. Критерий Лапласа оптимальности чистых и смешанных стратегий относительно рисков. Эквивалентность критериев Лапласа относительно выигрышей и относительно рисков.

20. Критерий относительных значений вероятностей состояний природы с учетом выигрышей.

21. Критерий относительных значений вероятностей состояний природы с учетом рисков.

22. Критерий (крайнего пессимизма) Вальда оптимальности чистых и смешанных стратегий.

23. Максимаксный критерий (крайнего оптимизма) оптимальности чистых и смешанных стратегий.

24. Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно выигрышей

25. Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности смешанных стратегий относительно выигрышей.

26. Обобщенный критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно выигрышей.

27. Определение показателей оптимизма и пессимизма игрока, принимающего решение по Обобщенному критерию Гурвица относительно выигрышей.

28. Учет выигрышей по Обобщенному критерию Гурвица крайним пессимистом, крайним оптимистом и нейтралом.

29. Формализованный выбор коэффициентов обобщенного критерия Гурвица относительно выигрышей.

30. Критерий Сэвиджа.

31. Миниминный критерий.

32. Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно рисков.

33. Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности смешанных стратегий относительно рисков.

34. Обобщенный критерий Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно рисков.

35. Обобщенный критерий Гурвица оптимальности смешанных стратегий относительно рисков.
36. Понятие планирования эксперимента в играх с природой. Идеальный эксперимент и теорема об условии целесообразности его проведения.
37. Не идеальный эксперимент и теорема об условии целесообразности его проведения.
38. Понятие о бескоалиционных (неантагонистических) играх.
39. Оптимальность по Парето.
40. Равновесие по Нэшу.
41. Понятие о кооперативных играх.
- Понятие о многокритериальной оптимизации.
42. Выигрыш-функция и матрица выигрышей. Чистые стратегии игроков. Соотношение между матрицами выигрышей игроков  $A$  и  $B$  в парной антагонистической игре с нулевой суммой выигрышей.
43. Максиминный и минимаксный принципы игроков. Показатели эффективности и неэффективности чистых стратегий игроков. Максимин и минимакс игры. Максиминные и минимаксные стратегии.
44. Нижняя и верхняя цены игры в чистых стратегиях. Теорема о соотношениях между выигрышами игрока  $A$ , показателями эффективности и неэффективности стратегий, нижней и верхней ценами игры.
45. Понятие о многокритериальной оптимизации.
46. Задачи теории игр в экономике, финансах и бизнесе.
47. Основные понятия и определения теории антагонистических игр.
48. Выигрыш-функция и матрица выигрышей. Чистые стратегии игроков. Соотношение между матрицами выигрышей игроков  $A$  и  $B$  в парной антагонистической игре с нулевой суммой выигрышей.
49. Максиминный и минимаксный принципы игроков. Показатели эффективности и неэффективности чистых стратегий игроков. Максимин и минимакс игры. Максиминные и минимаксные стратегии.
50. Нижняя и верхняя цены игры в чистых стратегиях. Теорема о соотношениях между выигрышами игрока  $A$ , показателями эффективности и неэффективности стратегий, нижней и верхней ценами игры.
51. Теорема о сведении решения матричной игры к решению пары двойственных друг другу стандартных задач линейного программирования.
52. Определение и теорема о симметричной матричной игре.
53. Теорема о сведении решения пары взаимно двойственных задач линейного программирования к решению симметричной матричной игры.
54. Игры с природой. Показатель благоприятности состояния природы. Риск игрока, принимающего решение. Матрица рисков. Принятие решений в условиях риска и неопределенности.
55. Критерий Байеса оптимальности чистых и смешанных стратегий относительно выигрышей.
56. Критерий Байеса оптимальности чистых и смешанных стратегий относительно рисков.
57. Теорема об эквивалентности критериев Байеса относительно выигрышей и относительно рисков.
58. Критерий Лапласа оптимальности чистых и смешанных стратегий относительно выигрышей.
59. Критерий Лапласа оптимальности чистых и смешанных стратегий относительно рисков. Эквивалентность критериев Лапласа относительно выигрышей и относительно рисков.

60. Критерий относительных значений вероятностей состояний природы с учетом выигрышей.
61. Критерий относительных значений вероятностей состояний природы с учетом рисков.
62. Критерий (крайнего пессимизма) Вальда оптимальности чистых и смешанных стратегий.
63. Максимумный критерий (крайнего оптимизма) оптимальности чистых и смешанных стратегий.
64. Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно выигрышей
65. Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности смешанных стратегий относительно выигрышей.
66. Обобщенный критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно выигрышей.
67. Определение показателей оптимизма и пессимизма игрока, принимающего решение по Обобщенному критерию Гурвица относительно выигрышей.
68. Учет выигрышей по Обобщенному критерию Гурвица крайним пессимистом, крайним оптимистом и нейтралом.
69. Формализованный выбор коэффициентов обобщенного критерия Гурвица относительно выигрышей.
70. Критерий Сэвиджа.
71. Миниминный критерий.
72. Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности чистых стратегий. относительно рисков.
73. Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица оптимальности смешанных стратегий относительно рисков.
74. Обобщенный критерий Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно рисков.
75. Обобщенный критерий Гурвица оптимальности смешанных стратегий относительно рисков.

#### **7.5.Пример экзаменационного билета**

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования  
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ  
 РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**  
 (Финансовый университет)  
 Краснодарский филиал Финуниверситета

Кафедра «Математика и информатика»

Дисциплина «Теория игр»

Факультет прикладной математики и информатики

Форма обучения - очная.

Профиль «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

#### **ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1**

**1 вопрос (20 баллов):** Понятие игровой ситуации. Игровая ситуация, удовлетворительная для игрока  $A$ , и доказательство ее критерия. Алгоритм поиска игровых ситуаций, удовлетворительных для игрока  $A$ .

**2 вопрос (20 баллов):** Максимумный критерий оптимальности чистых стратегий.

**3 вопрос (20 баллов):**

### Задача

На каждой из двух торговых баз ассортиментный минимум составляет один и тот же набор из  $n$  ( $> 2$ ) видов товаров. Каждая база должна поставить в свой магазин только один из этих видов товара. Магазины, обозначим их,  $A$  и  $B$ , конкурируют между собой. Один и тот же вид товара в обоих магазинах продается по одной и той же цене. Однако, товар, поставляемый в магазин  $B$ , более высокого качества. Если магазин  $A$  завезет с базы товар  $i$ -го вида ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), отличный от товара  $j$ -го вида ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), завезенного в магазин  $B$ , то товар  $i$ -го вида будет пользоваться спросом и магазин  $A$  от его реализации получит прибыль  $c$  денежных единиц. Если же в магазины  $A$  и  $B$  завезены товары одинакового вида  $i = j$ , товар  $i$ -го вида в магазине  $A$  спросом пользоваться не будет, поскольку такой же товар, по такой же цене, но более высокого качества, можно купить в магазине  $B$ , и поэтому магазин  $A$  понесет убытки по транспортировке, хранению и возможно порче товара  $i$ -го вида в размере  $d_i$  денежных единиц.

Требуется:

- е) Математически формализовать данную конфликтную ситуацию.
- ф) Построить матрицу игры при  $n = 5$ .
- г) Существуют ли стратегии магазинов  $A$  и  $B$ , оптимальные во множестве чистых стратегий, при условии, что  $c = 4, c = 2, c = 3, c = 1,5; c = 5; d = 2, d = 3, d = 1, d = 4, d = 2,7$ ?
- h) Дать экономическую интерпретацию полученному решению.

Подготовил:

Калайдин Е.Н.

Утверждаю:

Заведующий кафедрой

Молчан А.С.

### 8.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература:

1. Колесник, Г.В. Теория игр с приложениями к моделированию экономических систем / Г.В. Колесник. - М.: Ленанд, URSS. 2023. 256 с. ISBN 978-5-9519-3324-9 — Режим доступа: <https://www.book.ru>.
2. Лабскер Л.Г. Теория игр в экономике (практикум с решениями задач) [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.Г. Лабскер, Н.А. Яценко. — Москва: Кнорус, 2023. — 259 с. — Режим доступа: <https://www.book.ru>.
3. Лабскер Л.Г. Вероятностное моделирование в финансово-экономической области [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.Г. Лабскер. — Москва: ИНФРА-М, 2021. — 172 с. — Режим доступа: <http://znanium.com>.

#### Дополнительная литература:

1. Дубина И.Н. Основы теории экономических игр [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.Н. Дубина. — Москва: КноРус, 2021. — 208 с. — Режим доступа: <https://www.book.ru>.
2. Логинов В.Н. Методы принятия управленческих решений [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.Н. Логинов. — Москва: КноРус, 2017. — 224 с. — Режим доступа: <https://www.book.ru>.
3. Хуторецкий А. Б., Горюшкин А. А. Математические модели и методы исследования операций: Учебное пособие для вузов [Электронный ресурс]: учебник / Хуторецкий А. Б., Горюшкин А. А., 2024. — 204 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com>

### 9.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Лауреаты Нобелевской премии по экономике: <http://www.nobel.se/economics/laureates>
2. Библиотека материалов по экономической тематике: <http://www.libertarium.ru/library>
3. Федеральная служба государственной статистики: <http://www.gks.ru>
4. Сайт, посвященный теории игр (Game Theory .net): <http://ecsocman.hse.ru/text/19918716/>
5. Материалы по социально-экономическому положению и развитию в России: <http://www.finansy.ru>
6. Википедия о теории игр [ru.wikipedia.org/wiki/Теория игр](http://ru.wikipedia.org/wiki/Теория_игр)
7. Официальный сайт Министерства финансов РФ: <http://minfin.rinet.ru>  
Мониторинг экономических показателей: <http://www.budgetrf.ru>
8. Гончаров Е.Н. Исследование операций. Примеры и задачи [Электронный ресурс]/ Е.Н. Гончаров. - Режим доступа: [url: http://math.nsc.ru/LBRT/k4/or/](http://math.nsc.ru/LBRT/k4/or/)
9. Ерзин А.И. Введение в исследование операций [Электронный ресурс]/ А.И. Ерзин . - Режим доступа: <http://math.nsc.ru/LBRT/k4/LOR/>.  
Суть биматричных игр. <http://www.pandia.ru/text/78/587/68995.php>
10. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
11. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
12. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
14. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>
15. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://www.biblio-online.ru/>
16. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com/>
17. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
18. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
19. Национальная электронная библиотека Б.Цр://нэб.рф/

#### 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Наименование методических материалов для обучающихся	Год утверждения	Местонахождение материала (ссылка на ИОП, информационный стенд департамента/кафедры/филиала, др.)
Методические указания к лекциям (видеолекции)	2017	<a href="https://portal.fa.ru/Catalog-View/View?Id=b7924476-ad9d-4617-93fb-fcb389720aac">https://portal.fa.ru/Catalog-View/View?Id=b7924476-ad9d-4617-93fb-fcb389720aac</a>
Слайды к видеолекциям	2017	<a href="https://portal.fa.ru/Files/Data/a5c9dfb1-9b36-4927-Bb402e39T1Ta1224e/Слайды%20к%20лекциям.ppt">https://portal.fa.ru/Files/Data/a5c9dfb1-9b36-4927-Bb402e39T1Ta1224e/Слайды%20к%20лекциям.ppt</a>
Сборник заданий	2018	<a href="https://portal.fa.ru/Files/Data/71d6e092-5377-4aed-8cc8-48f2ff7c64a3/szz teoriaigr new 18.pdf">https://portal.fa.ru/Files/Data/71d6e092-5377-4aed-8cc8-48f2ff7c64a3/szz teoriaigr new 18.pdf</a>
Методические указания к практическим занятиям	2014	<a href="https://portal.fa.ru/Files/Data/3989500e-3b8b-41f5-b7b5-7c7472e4e317/rpv tpr.pdf">https://portal.fa.ru/Files/Data/3989500e-3b8b-41f5-b7b5-7c7472e4e317/rpv tpr.pdf</a>

Методические указания к практическим занятиям	2015	<a href="https://portal.fa.ru/Files/Data/27a22746-0614-40c9-b9b4-44c78d7fbf5a/teor_igr_met_rek.pdf">https://portal.fa.ru/Files/Data/27a22746-0614-40c9-b9b4-44c78d7fbf5a/teor_igr_met_rek.pdf</a>
Кейс	2019	<a href="https://portal.fa.ru/Files/Data/9b031e4b-dc70-4395-9ae4-76a2ecbc93e0/keis_teoriyaigr_19.pdf">https://portal.fa.ru/Files/Data/9b031e4b-dc70-4395-9ae4-76a2ecbc93e0/keis_teoriyaigr_19.pdf</a>

**11.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем**

**1. Комплект лицензионного программного обеспечения:**

Windows, Microsoft Office.

Антивирус ESET Endpoint Security

**2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Информационно-правовая система «Гарант»

Информационно-правовая система «Консультант Плюс»

Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>

Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» -<http://www.skrin.ru/>

**3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации**

- не используются

**12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база Краснодарского филиала Финансового университета соответствует действующим противопожарным правилам и нормам, обеспечивает проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Образовательный процесс обеспечивается специальными помещениями, которые представляют собой аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, выполнения курсовых работ, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы студентов и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, обеспечивающими представление учебной информации большой аудитории, демонстрационным оборудованием.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, обеспечивающей доступ к сети Интернет и электронной информационно-образовательной среде Финансового университета.