

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**
(Финансовый университет)

Краснодарский филиал Финуниверситета

Кафедра «Математика и информатика»

СОГЛАСОВАНО

ООО «Портал-Юг»
Генеральный директор



Е.В. Мостовой

«20» февраля 2024 г.

УТВЕРЖДАЮ

Краснодарский филиал
Финуниверситета

Директор



Э.В.Соболев

«20» февраля 2024 г.

Самойленкова В.А.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

студентов, обучающихся по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

в соответствии с образовательными стандартами Финансового университета

(программа подготовки бакалавров)

(очно-заочная форма обучения)

*Рекомендовано Ученым советом Краснодарского филиала Финуниверситета
(протокол № 12 от 20.02.2024)*

*Одобрено кафедрой «Математика и информатика»
(протокол № 13 от 27.02.2024)*

Краснодар 2024

УДК: 517(075.8)
ББК: 22.161
С17

Рецензенты: А.П. Ануфриева кандидат экономических наук, старший преподаватель кафедры «Математика и информатика» Краснодарского филиала Финуниверситета. О.В. Коренева кандидат технических наук, доцент кафедры «Математика и информатика» Краснодарского филиала Финуниверситета.

Самойленкова В.А. Рабочая программа дисциплины математический анализ для обучающихся по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах». – Краснодар: Краснодарский филиал Финуниверситета, кафедра «Математика и информатика», 2024 г.

Дисциплина Математический анализ относится к предпрофильному профессиональному циклу по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика.

В рабочей программе дисциплины определены ее цель, требования к результатам освоения дисциплины, содержание программы, тематика аудиторных занятий, формы самостоятельной работы, оценочные средства для текущего контроля и промежуточной аттестации, учебно-методическое и информационное обеспечение.

Рабочая программа дисциплины математический анализ

*Формат 60*90/16. Гарнитура Times New Roman*

Усл. п.л. 2,0. Изд. № _от.

Тираж 100 экз.

Заказ № .

Отпечатано в Краснодарском филиале Финуниверситета

© Самойленкова В.А.
© Краснодарский филиал Финуниверситета, 2024

Содержание

1.Наименование дисциплины	4
2.Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	4
3.Место дисциплины в структуре образовательных программ.....	4
4.Объем дисциплины (модуля) зачетных единиц и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	5
5.Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	5
5.1.Содержание дисциплины	5
5.2.Учебно-тематический план	10
5.3.Содержание семинаров, практических занятий.....	11
6.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	15
6.1.Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы.....	15
6.2.Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	17
7.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине	23
7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций	23
8.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	31
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	32
10.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	33
11.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	35
12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	36

1. Наименование дисциплины

Дисциплина «Математический анализ»

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Дисциплина «Математический анализ» обеспечивает формирование следующих компетенций: ПКН-2.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКН-2	Способен с помощью математической модели решать поставленную теоретическую или прикладную задачу, реализовывая алгоритм решения в виде программного модуля	1. Демонстрирует знание базовых математических моделей, применяемых в различных предметных областях.	<u>Уметь</u> решать типовые задачи математического анализа. <u>Знать</u> основные математические модели и методы решения задач математического анализа.
		2. Адаптирует и применяет существующие математические модели для решения поставленной прикладной или теоретической задачи.	<u>Уметь</u> адаптировать математические модели задачи, используя понятия и методы математического анализа. <u>Знать</u> основные алгоритмы и приемы исследования с использованием методов математического анализа.
		3. Владеет методологией математического моделирования для решения профессиональных задач.	<u>Уметь</u> формировать математическую модель для решения задачи. <u>Знать</u> методологию математического моделирования.

3. Место дисциплины в структуре образовательных программ

Дисциплина «Математический анализ» относится к предпрофильному профессиональному циклу направления подготовки 01.03.02-Прикладная

математика и информатика, профиль «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах».

Дисциплина «Математический анализ» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, является общим теоретическим и методологическим основанием для всех математических дисциплин и дисциплин общепрофессионального цикла, входящих в образовательную программу бакалавра по направлению «Прикладная математика и информатика», профиль «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах».

4.Объем дисциплины (модуля) зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Для студентов, обучающихся по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика, профиль «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах», очно-заочная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 2 (в часах)	Семестр 3 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	8/288	108	180
Контактная работа - Аудиторные занятия	56	28	28
Лекции	24	12	12
Семинары, практические занятия	32	16	16
Самостоятельная работа	232	80	152
Вид текущего контроля	Контрольные работы	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет, экзамен	Зачет	Экзамен

5.Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

1. Предел числовых последовательностей, предел числовых функций, непрерывность числовых функций

Действительные числа и их свойства. Числовые множества. Ограниченные числовые множества. Границы числовых множеств. Теорема о существовании точных граней ограниченного числового множества.

Числовые функции. Область определения и множество значений функции. Ограниченные функции. Обратная функция. Сложная функция. Элементарные функции. Свойства функций.

Числовые последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Критерий сходимости Коши. Признак сходимости монотонной последовательности. Число ε . Теорема Кантора о вложенных отрезках. Подпоследовательности сходящихся последовательностей. Теорема Больцано-Вейерштрасса о существовании сходящейся подпоследовательности ограниченной последовательности.

Предел функции. Определение сходимости по Гейне и по Коши. Теорема об эквивалентности определений сходимости по Гейне и по Коши. Односторонние пределы функции. Теорема о связи между односторонними пределами функции и пределом функции. Предел функции в бесконечности, бесконечные пределы. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Предельный переход в неравенствах. Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые. Свойства бесконечно малых функций. Символ $o(f)$. Эквивалентные бесконечно малые. Бесконечно большие функции.

Непрерывность функции в точке. Арифметические операции над непрерывными функциями. Определение и классификация точек разрыва.

Свойства непрерывных функций: теорема об устойчивости знака непрерывной функции; теорема о промежуточных значениях; теорема об ограниченности непрерывной функции на отрезке; наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции.

Непрерывность сложной функции. Непрерывность обратной функции.

Непрерывность элементарных функций.

Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции.

2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Производная. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной.

Дифференцируемость функции в точке. Дифференцируемость и непрерывность.

Дифференциал.

Правила дифференцирования суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Теорема о производной обратной функции. Теорема о производной сложной функции. Логарифмическая производная. Эластичность. Свойства эластичности. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши. Правило Лопиталя.

Многочлен Тейлора. Формула Тейлора (Маклорена) с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано. Разложение основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные формулы. Использование формулы Маклорена для вычисления пределов.

Исследование функций. Признак монотонности функции. Экстремумы. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума. Выпуклость. Точки перегиба. Асимптоты. Наибольшие и наименьшие значения.

3. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

Свойства расстояния в n – мерном евклидовом пространстве R^n . Окрестность точки. Внутренние, граничные, предельные точки. Открытые и замкнутые множества в пространстве R^n . Ограниченные множества.

Функции нескольких переменных. Функции нескольких переменных в экономической теории. Сходимость последовательности точек в пространстве R^n .

Предел функции нескольких переменных.

Непрерывность функции нескольких переменных. Свойства непрерывных функций нескольких переменных: арифметические операции над непрерывными функциями, непрерывность сложной функции, теорема о сохранении знака непрерывной функции. Свойства функции, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве. Равномерная непрерывность функции нескольких переменных.

Частные производные функции нескольких переменных.

Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости. Непрерывность дифференцируемой функции. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференциал функции нескольких переменных.

Однородные функции. Теорема Эйлера об однородных функциях.

Производная по направлению. Градиент, свойства градиента. Эластичность функции нескольких переменных.

Частные производные, дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции на замкнутом ограниченном множестве.

Неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции. Вычисление частных производных неявно заданной функции.

Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Необходимое условие условного экстремума. Достаточное условие условного экстремума.

4. Выпуклые функции нескольких переменных

Выпуклые множества в пространстве R^n . Выпуклые функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие выпуклости. Достаточное условие выпуклости дважды дифференцируемой функции. Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций. Теорема о глобальном характере экстремума выпуклой функции. Теорема о достижении выпуклой функцией глобального экстремума в

стационарной точке. Единственность экстремума строго выпуклой функции. Неравенство Йенсена.

5. Интегральное исчисление функции одной переменной

Первообразная функции. Теорема об общем виде первообразной. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Методы интегрирования: непосредственное интегрирование; метод замены переменной, метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых классов иррациональных функций. Интегрирование некоторых классов трансцендентных функций.

Определенный интеграл Римана. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции. Критерий интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций. Достаточное условие интегрируемости функции.

Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Формула замены переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование четной, нечетной, периодической функций.

Геометрические приложения определенного интеграла: длина дуги, площадь плоской фигуры, объемы тел и площади поверхностей. Экономические приложения определенного интеграла.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Свойства несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Абсолютно и условно сходящиеся интегралы.

6. Интегральное исчисление функции нескольких переменных

Множества, измеримые по Жордану. Мера Жордана ограниченных множеств в R^n . Свойства множества жордановой меры нуль. Свойства множеств, измеримых по Жордану. Критерий измеримости множества в R^n .

Определение и существование двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Определение тройного интеграла. Вычисление тройных интегралов. Замена переменных в n -кратном интеграле. Полярные, сферические и цилиндрические координаты. Геометрические приложения кратных интегралов.

Кратные несобственные интегралы. Интеграл Эйлера-Пуассона.

Криволинейные интегралы. Криволинейные интегралы первого рода.

Вычисление криволинейных интегралов первого рода.

Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Интегрирование полных дифференциалов. Приложение

криволинейных интегралов второго рода – вычисление площади с помощью формулы Грина.

7. Числовые ряды

Числовой ряд. Частичные суммы ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда.

Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак.

Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана для условно сходящихся рядов. Арифметические операции над сходящимися рядами. Определение знакопеременующегося ряда.

Признак Лейбница. Признак Дирихле. Признак Абеля.

8. Функциональные последовательности и ряды

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функциональной последовательности в точке и на множестве. Равномерная сходимость. Необходимое и достаточное условие (критерий) равномерной сходимости функциональной последовательности. Критерий Коши равномерной сходимости.

Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема об области сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенного ряда. Почленное дифференцирование и почленное интегрирование степенного ряда.

Разложение функции в ряд Тейлора (Маклорена). Теорема о разложимости бесконечно дифференцируемой функции в ряд. Разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена.

Числовые и степенные ряды с комплексными членами. Круг сходимости степенного ряда с комплексными членами. Формулы Эйлера.

9. Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье

Ортонормированные системы в пространстве кусочно-непрерывных функций. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Комплексная форма записи тригонометрического ряда Фурье. Признак Дирихле. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Сдвиг и сжатие отрезка разложения.

Собственные интегралы, зависящие от параметра. Свойства собственных интегралов, зависящих от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость несобственного интеграла по параметру.

Свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Интеграл Фурье. Представление кусочно-гладкой функции интегралом Фурье. Интеграл Фурье четных и нечетных функций. Комплексная форма интеграла Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.

Свойства преобразований Фурье.

10. Эйлеровы интегралы

Эйлеровы интегралы первого и второго рода, их свойства. Формула связи эйлеровых интегралов первого и второго рода. Основные формулы для эйлеровых интегралов первого и второго рода. Логарифмическая производная Гаммафункции. Теорема умножения для Гамма-функции. Вычисление некоторых определенных интегралов с помощью Гамма-функции. Формула Эйлера. Формула Стирлинга. Постоянная Эйлера.

5.2. Учебно-тематический план

01.03.02 - Прикладная математика и информатика, профиль «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах», очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоёмкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоятельная работа	
			Общая	Лекции	Семинары, практические занятия		
1.	Предел числовых последовательностей, предел числовых функций, непрерывность числовых функций	34	9	4	5	25	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям. Коллоквиум
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	28	5	2	3	23	
3.	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	29	6	3	3	23	
4.	Выпуклые функции нескольких переменных	28	5	2	3	23	
5.	Интегральное исчисление функции одной переменной	28	5	2	3	23	
6.	Интегральное исчисление функции нескольких переменных	28	5	2	3	23	
7.	Числовые ряды	28	5	2	3	23	

8.	Функциональные последовательности и ряды	29	6	3	3	23	
9.	Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье	28	5	2	3	23	
10.	Эйлеровы интегралы	28	5	32	3	23	
В целом по дисциплине		232	56	24	32	232	Согласно учебному плану: контрольные работы

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники	Формы проведения занятий
Предел числовых последовательностей, предел числовых функций, непрерывность числовых функций	<p>Действительные числа и их свойства. Числовые множества. Ограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема о существовании точных граней ограниченного числового множества. Числовые функции. Характеристики функций: четность и нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.</p> <p>Предел числовой последовательности. Вычисление пределов последовательностей.</p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Вычисление пределов последовательностей с использованием теоремы Вейерштрасса.</p> <p>Вычисление пределов функций с помощью: определения; теорем о свойствах пределов.</p> <p>Односторонние пределы функции.</p> <p>Первый и второй замечательные пределы.</p> <p>Сравнение бесконечно малых функций. Бесконечно малые эквивалентные.</p> <p>Непрерывность функции в точке. Исследование точек разрыва функции.</p> <p>Асимптоты к графику функции.</p> <p>Свойства функций, непрерывных на отрезке.</p> <p>Равномерная неравномерность.</p> <p>Рекомендуемые источники: П.8,9</p>	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия
дифференциальное исчисление функций одной переменной	<p>Производная функции. Правила дифференцирования.</p> <p>Производная показательной-степенной функции.</p> <p>Эластичность функции. Логарифмическая производная. Дифференциал функции.</p> <p>Использование дифференциала для приближенных</p>	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических

	<p>вычислений.</p> <p>Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья.</p> <p>Разложение функций по формуле Тейлора (Маклорена). Раскрытие неопределенностей с помощью формулы Маклорена.</p> <p>Локальные экстремумы функций.</p> <p>Нахождение промежутков выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба.</p> <p>Наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной на отрезке.</p> <p>Исследование функций и построение графиков.</p> <p>Рекомендуемые источники: П.8,9</p>	<p>вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия</p>
<p>Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных</p>	<p>Открытые и замкнутые множества.</p> <p>Связные множества. Ограниченные множества.</p> <p>Сходимость последовательности точек.</p> <p>Функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции.</p> <p>Предел и непрерывность функции нескольких переменных.</p> <p>Частные производные и дифференциалы первого и второго порядков. Производная сложной функции.</p> <p>Однородные функции. Формула Эйлера.</p> <p>Градиент. Производная по направлению.</p> <p>Частные производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>Эластичность функции нескольких переменных.</p> <p>Экстремумы функций нескольких переменных.</p> <p>Неявные функции. Вычисление частных производных неявно заданной функции.</p> <p>Наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом ограниченном множестве.</p> <p>Условный экстремум функции нескольких переменных: метод исключения переменных, метод Лагранжа.</p> <p>Необходимое условие условного экстремума.</p> <p>Достаточное условие условного экстремума.</p> <p>Рекомендуемые источники: П.8,9</p>	<p>Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия</p>
<p>Выпуклые функции нескольких переменных</p>	<p>Выпуклые функции нескольких переменных.</p> <p>Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций.</p> <p>Теорема о глобальном характере экстремума выпуклой функции. Теорема о достижении выпуклой функцией глобального экстремума в стационарной точке.</p> <p>Единственность экстремума строго выпуклой функции.</p> <p>Метод наименьших квадратов.</p> <p>Рекомендуемые источники: П.8,9</p>	<p>Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия</p>
<p>Интегральное исчисление функции</p>	<p>Неопределенный интеграл: метод непосредственного интегрирования, замена переменной, интегрирования</p>	<p>Интерактивная форма, групповое</p>

одной переменной	<p>по частям.</p> <p>Интегрирование рациональных функции.</p> <p>Интегрирование некоторых классов иррациональных и трансцендентных функций.</p> <p>Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница.</p> <p>Вычисление определенных интегралов: с использованием замены переменной, методом интегрирования по частям. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площади криволинейной трапеции и объема тела вращения. Экономические приложения определённого интеграла.</p> <p>Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.</p> <p>Несобственные интегралы от неограниченных функций.</p> <p>Несобственные интегралы от неотрицательных функций.</p> <p>Признакиходимости несобственных интегралов.</p> <p>Абсолютно и условно сходящиеся интегралы.</p> <p>Рекомендуемые источники: П.8,9</p>	обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия
Интегральное исчисление функции нескольких переменных	<p>Клеточные множества в R^n, их свойства. Мера клеточного множества. Свойства меры клеточного множества. Множества, измеримые по Жордану. Мера Жордана. Свойства множества жордановой меры нуля.</p> <p>Свойства множеств, измеримых по Жордану.</p> <p>Двойной интеграл. Геометрический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла.</p> <p>Сведение двойного интеграла к повторному.</p> <p>Замена переменных в двойном интеграле.</p> <p>Тройной интеграл. Вычисление тройных интегралов.</p> <p>Замена переменных в кратном интеграле.</p> <p>Применение полярных, сферических и цилиндрических координат. Геометрические приложения кратных интегралов.</p> <p>Кратные несобственные интегралы. Интеграл Эйлера Пуассона.</p> <p>Вычисление криволинейных интегралов первого рода и второго рода.</p> <p>Формула Грина. Интегрирование полных дифференциалов. Приложение криволинейных интегралов второго рода – вычисление площади с помощью формулы Грина.</p> <p>Рекомендуемые источники: П.8,9</p>	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия
Числовые ряды	<p>Исследование сходимости и нахождение сумм числовых рядов, исходя из определения.</p> <p>Применение необходимого условия сходимости.</p> <p>Исследование сходимости числовых рядов с</p>	Интерактивная форма, групповое обсуждение

	<p>неотрицательными членами с помощью признаков сравнения, с помощью признака Даламбера и Коши, интегрального признака.</p> <p>Исследование на сходимость знакочередующихся рядов.</p> <p>Рекомендуемые источники: П.8,9</p>	<p>теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия</p>
Функциональные последовательности и ряды	<p>Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости. Необходимое и достаточное условие (критерий) равномерной сходимости функциональной последовательности. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки равномерной сходимости. Область сходимости и абсолютной сходимости функционального ряда.</p> <p>Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: о предельном переходе, о почленном дифференцировании и интегрировании. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Сумма степенного ряда. Разложение функции в ряд Тейлора (Маклорена). Разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена. Почленное дифференцирование и почленное интегрирование степенного ряда. Разложение функций в ряд Тейлора с использованием стандартных разложений.</p> <p>Рекомендуемые источники: П.8,9</p>	<p>Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия</p>
Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье	<p>Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье и построение графиков суммы рядов Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Сдвиг и сжатие отрезка разложения. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.</p> <p>Признак Дирихле сходимости ряда Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье. Равномерная сходимость ряда Фурье. Комплексная форма записи тригонометрического ряда Фурье. Равномерная сходимость несобственного интеграла по параметру. Признаки равномерной сходимости несобственных интегралов по параметру. Непрерывность, дифференцируемость несобственного интеграла по параметру.</p> <p>Представление кусочно-гладкой функции интегралом Фурье. Комплексная форма интеграла Фурье. Представление четных и нечетных функций интегралов Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье. Нахождение преобразований Фурье. Свойства</p>	<p>Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия</p>

	преобразований Фурье. Теорема обращения преобразования Фурье. Рекомендуемые источники: П.8,9	
Эйлеровы интегралы	Эйлеровы интегралы первого и второго рода, свойства. Логарифмическая производная Гамма-функции, формула Коши, формула Гаусса. Вычисление некоторых определенных интегралов с помощью Гамма-функции. Формула понижения. Формула дополнения. Производная Гамма-функции. Рекомендуемые источники: П.8,9	Интерактивная форма, групповое обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

6.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Предел числовых последовательностей, предел числовых функций, непрерывность числовых функций	Свойства основных элементарных функций. Функции спроса и предложения в экономике. Равновесная цена. Функции полного дохода и полных затрат. Точки безубыточности. Паутинная модель рынка. Простые и сложные проценты. Теорема о сохранении знака непрерывной функции.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Подготовка к коллоквиуму. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Функции спроса и предложения. Издержки и точки безубыточности. Уравнение касательной к графику функции. Задача о распределении налогового бремени. Задачи оптимизации в экономике.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Подготовка к коллоквиуму. Выполнение домашних заданий к каждому занятию
Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Многофакторные производственные функции. Изокванты. Функции полезности. Предельная полезность, предельная норма замещения. Эластичность функции Кобба–Дугласа.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к

		каждому занятию.
Выпуклые функции нескольких переменных	Критерий оптимального набора товаров, оптимального производственного плана. Теорема Куна-Таккера.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Интегральное исчисление функции одной переменной	Экономические приложения определенного интеграла. Интеграл Стильеса.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Интегральное исчисление функции нескольких переменных	Существование двойного интеграла. Формула замены переменной в двойном интеграле. Поверхностные интегралы.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Числовые ряды	Ряды с комплексными членами. Ряды из матриц.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье	Частичные суммы ряды Фурье абсолютно интегрируемых функций. Формула Дирихле.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Эйлеровы интегралы	Вычисление некоторых определенных интегралов с помощью Гамма-функции. Постоянная Эйлера.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Перечень вопросов к контрольной работе

1. Предел числовой последовательности. Свойства пределов числовых последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
2. Предел функции в точке. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
3. Определение функции, непрерывной в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
4. Асимптоты графика функции.
5. Производная функции в точке. Логарифмическая производная.
6. Эластичность функции. Дифференциал функции.
7. Признак монотонности дифференцируемой функции.
8. Локальный экстремум функции одной переменной. Необходимое условие локального экстремума функции одной переменной. Достаточное условие локального экстремума функции одной переменной.
9. Точка перегиба функции. Необходимое условие точки перегиба.
 - а. Достаточное условие точки перегиба.
10. Локальные экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие локального экстремума функций нескольких переменных. Достаточное условие локального экстремума функций нескольких переменных.
11. Условный экстремум. Метод Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве.
12. Выпуклые функции нескольких переменных. Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций.
 - а. . Метод наименьших квадратов.
13. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования: интегрирование по частям, метод замены, интегрирование различных классов функций.
14. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы функции одной переменной.
15. Двойной интеграл. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
 - а. Кратные несобственные интегралы. Тройные интегралы.
16. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Формула Грина.
17. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости числового ряда. Признаки сравнения, признак Даламбера и Коши, интегральный признак для числовых рядов с неотрицательными членами. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница для знакочередующихся числовых рядов.

18. Сходимость функциональной последовательности в точке и на множестве. Предельная функция последовательности. Равномерная сходимость функциональной последовательности.
19. Сходимость, абсолютная сходимость, область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса.
20. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Разложение функции в ряд Маклорена.
21. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Представление кусочногладкой функции интегралом Фурье. Интеграл Фурье четных и нечетных функций.
22. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.
23. Эйлеровы интегралы первого и второго рода.

Задания для контрольной работы

1. Найти предел числовой последовательности:

а. а) $\left(\frac{5n^2+3}{n-2} - 5n\right)$; б) $\left(\sin \sin \frac{1}{n} \cdot \sin \sin n\right)$; в) $\left(\frac{n+9}{n}\right)^{3n+1}$.

2. Найти предел функции:

а. а) $\left(\frac{x^4-3x+2}{x^5-4x+3}\right)$; б) $\left(\sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2+1}\right)$;
 б. в) $\frac{1-\cos \cos 3x}{1-\cos \cos 8x}$; г) $\left(1 + \sin \sin x\right)^{\frac{10}{-7x}}$.

3. Найти и исследовать точки разрыва функции $y = \frac{|x-2|\sin \sin x}{x^3-x^2-2x}$.

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt{196,28}$.

5. Исследовать функцию $y = \frac{x^2-3x-4}{(x-1)^2}$ и построить ее график.

6. Установлено, что спрос и предложение в студенческой столовой описываются формулами $D(p) = 3968 - 11p$, $S(p) = 12p + 1392$, Q – количество проданных обедов в день, p – цена обеда. 1) вычислить равновесную цену и количество проданных обедов; 2) найти эластичность выручки от продажи; 3) заботясь о студентах, администрация установила цену на обед $p = 82$, охарактеризуйте последствия такого решения, как скажется изменение цены обеда на изменение выручки?

7. Найдите точки локального экстремума функции

а. $f(x, y) = -5x^2 - 20x - 2y^3 + 12y^2 - 10$.

8. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x, y) = 3x + 4y + 2$ при условии $x^2 + y^2 = 9$.

9. Вычислить интегралы:

а) $\int_3^8 \frac{12x+3}{2\sqrt{x+1}} dx$;
 б) $\int_0^1 e^{2x} \cdot \cos \cos x dx$;
 в) $\int_1^2 \frac{(6x+2)dx}{x^2-10x+41}$.

10. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $yx = 30$ и $y + x = 11$.

11. Вычислить двойной интеграл $\iint_G \frac{dxdy}{(x^2+y^2)^4}$, где G – вся плоскость Oxy .

12. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{AB} 24ydl$, по параболе $y^2 = x$ от точки $A(1; 1)$ до точки $B(4; 2)$.

13. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (x + y + 2)dx + (x - y + 2)dy$, где L – дуга окружности $\{x = 5 \cos t - 2, y = 5 \sin t, \frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi\}$.
Интегрирование по дуге произвести по ходу часовой стрелки.

14. Вычислить с помощью формулы Грина криволинейный интеграл

$\oint_L y^2 dx + (x + y)^2 dy$ по контуру треугольника ABC с вершинами $A(4;3)$, $B(4;4)$, $C(4;3)$.

Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{3^n}$$

Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+6)}{n^2+1}.$$

15. Найти предельную функцию $f(x)$ функциональной последовательности $\{f_n(x)\}$ на множестве X , если: $f_n(x) = x^n - 3x^{n+2} + 2x^{n+3}$, $X = [0; 1]$.

16. Исследовать функциональную последовательность на равномерную сходимость на указанных интервалах $\left\{f_n(x) = \frac{nx^2}{1+2n+x}\right\}$, а) $X = [0; 1]$; б) $X = [1; \infty]$.

Найти область сходимости и абсолютной сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+4} \left(\frac{x+2}{2x+1}\right)^n.$$

Пользуясь признаком Вейерштрасса, доказать равномерную сходимость функционального ряда в указанном промежутке

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+x)^2}, 0 \leq x \leq +\infty.$$

Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(x-5)^n}{n \cdot 3^n}.$$

17. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора (Маклорена) с центром в точке x_0 и найти интервал сходимости полученного ряда $f(x) = \ln(8 + 2x - x^2)$, $x_0 = -1$.
Разложить в тригонометрический ряд Фурье по косинусам функцию $f(x) = 1 - \frac{x}{5}$, заданную на отрезке $[0; 5]$. Используя полученное разложение, найти сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$$

18. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = e^{-4x}$, $x \geq 0$, продолжая ее четным образом.
19. Найти прямое синус-преобразование Фурье функции $f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & x > \pi \end{cases}$.
20. Найти интегралы: а) $\int_0^1 (-\ln \ln x)^{\frac{3}{2}} dx$; б) $\int_0^{\infty} x^3 e^{-\frac{3x}{4}} dx$.

Перечень вопросов для подготовки к экзамену

I. Знать формулировки определений, свойств и теорем, формулы:

1. Определение числового множества, ограниченного сверху (снизу).
Определение ограниченного множества.
2. Определение точной верхней (точной нижней) грани множества.
3. Теорема о существовании у непустого ограниченного сверху (снизу) числового множества точной верхней (точной нижней) грани.
4. Понятие обратной функции.
5. Понятие сложной функции.
6. Определение предела последовательности. Геометрическая интерпретация определения.
7. Свойства пределов числовых последовательностей. Правила вычисления пределов сходящихся последовательностей.
8. Определение ограниченной и неограниченной последовательности.
9. Определение бесконечно малой последовательности. Геометрическая интерпретация определения.
10. Свойства бесконечно малых последовательностей.
11. Определение бесконечно большой последовательности.
12. Свойства бесконечно больших последовательностей.
13. Определение монотонных последовательностей.
14. Теорема Кантора о вложенных отрезках.
15. Теорема Больцано-Вейерштрасса о существовании сходящейся подпоследовательности ограниченной последовательности.
16. Определение предела функции в точке по Гейне и Коши.
17. Свойства пределов функций. Правила вычисления пределов функций.
18. Бесконечно малые и их свойства.

19. Первый замечательный предел.
20. Второй замечательный предел.
21. Определения односторонних пределов функции в точке.
22. Определение функции, непрерывной в точке.
23. Определение точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
24. Определение асимптот графика функции.
25. Необходимое и достаточное условие существования наклонной асимптоты к графику функции.
26. Теорема о непрерывности сложной функции.
27. Теорема о непрерывности обратной функции.
28. Теорема о непрерывности элементарных функций.
29. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции.
30. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теорема о существовании корня, о промежуточном значении, об ограниченности функции, о достижении наибольшего и наименьшего значения.
31. Определение равномерной непрерывности функции.
32. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции.
33. Определение и примеры бесконечно малой $\alpha(x)$: а) одного порядка с функцией $\beta(x)$ при $x \rightarrow x_0$; б) эквивалентной функции $\beta(x)$ при $x \rightarrow x_0$; в) более высокого порядка при $x \rightarrow x_0$, чем $\beta(x)$. Что означает символическая запись $\alpha = o(\beta)$ при $x \rightarrow x_0$?
34. Свойства символа «о малое».
35. Эквивалентные бесконечно малые. Таблица основных эквивалентностей.
36. Определение производной функции в точке.
37. Определение дифференцируемой функции в точке.
38. Определение дифференциала функции.
39. Правила дифференцирования.
40. Теорема о производной сложной функции.
41. Теорема о производной обратной функции.
42. Геометрический смысл производной и дифференциала. Уравнение касательной.
43. Логарифмическая производная.
44. Определение эластичности функции. Свойства эластичности.
45. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши.
46. Теорема Лопиталя. Правило Лопиталя.
47. Производные и дифференциалы высших порядков.
48. Формула Тейлора. Формула Маклорена.
49. Признак монотонности дифференцируемой функции.
50. Определение локального экстремума функции одной переменной.
51. Необходимое условие локального экстремума функции одной переменной.
52. Достаточное условие локального экстремума функции одной переменной.

53. Определение выпуклости (вогнутости) графика функции на интервале $(a; b)$.
54. Точка перегиба функции.
55. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.

II. Свойства и теоремы с доказательством:

1. Теорема о существовании у непустого ограниченного сверху (снизу) числового множества точной верхней (точной нижней) грани.
2. Единственность предела сходящейся последовательности.
3. Ограниченность сходящейся последовательности.
4. Свойства бесконечно малых последовательностей: об алгебраической сумме двух бесконечно малых последовательностей, о произведении двух бесконечно малых последовательностей, о произведении бесконечно малой последовательности на ограниченную последовательность.
5. Свойства сходящихся последовательностей: об алгебраической сумме двух сходящихся последовательностей, о произведении двух сходящихся последовательностей.
6. Теорема Кантора о вложенных отрезках.
7. Докажите, что предел суммы двух функций равен сумме их пределов, если последние существуют и конечные.
8. Докажите, что предел произведения двух функций равен произведению их пределов, если последние существуют и конечные.
9. Первый замечательный предел.
10. Арифметические действия с функциями, непрерывными в точке.
11. Доказать, что если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает значения разных знаков, то существует точка $c \in (a, b)$, в которой $f(c) = 0$.
12. Теорема об ограниченности функции, непрерывной на отрезке.
13. Свойства эластичности функции: об эластичности произведения двух функций, об эластичности частного двух функций, об эластичности обратных функций.
14. Теорема о связи между дифференцируемостью функции в точке и существованием производной в этой точке.
15. Доказать, что из дифференцируемости функции в точке следует непрерывность функции в этой точке. Верно ли обратное?
16. Правила дифференцирования.
17. Теорема о производной сложной функции.
18. Теорема о производной обратной функции.
19. Вычисление производных основных элементарных функций.
20. Теорема Ферма.
21. Теорема Ролля.
22. Теорема Лагранжа.
23. Теорема Коши.

24. Теорема Лопиталя для случая, когда отношение двух функций $\frac{f(x)}{g(x)}$ при $x \rightarrow a$ является неопределенностью вида $\left[\frac{0}{0}\right]$.

25. Теорема Тейлора.

26. Признак монотонности дифференцируемой функции.

27. Необходимое условие локального экстремума.

28. Доказать, что если функция $f(x)$ имеет на интервале (a, b) вторую производную и $f''(x) \geq 0$ ($f''(x) \leq 0$) во всех точках (a, b) , то график функции $f(x)$ является выпуклым (вогнутым) на интервале (a, b) .

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях кафедры «Математика и информатика».

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе «1. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Планируемы е результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетво рительно»	«удовлетво рительно»	«хорошо»	«отлично»	
ПКН-2 Способен с помощью математической модели решать поставленную теоретическую или прикладную задачу, реализовывая алгоритм решения в виде программного модуля					
Демонстрирует знание базовых математических моделей, применяемых в различных предметных областях.					
Знать: - основные математиче ские модели и методы решения	Фрагментар ное представлен ие о существую щих базовых	Неполные представлен ие о существую щих базовых математиче	Сформирова нные, но содержащие отдельные пробелы представлен ия о	Сформирова нные систематиче ские представлен ие о существую	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»	
задач математического анализа.	математических моделях и алгоритмах решения теоретических или прикладных задач	ских моделях и алгоритмах решения теоретических или прикладных задач	существующих базовых математических моделях и алгоритмах решения теоретических или прикладных задач	щих базовых математических моделях и алгоритмах решения теоретических или прикладных задач	задач, тестовые задания
Уметь: решать типовые задачи математического анализа.	Фрагментарное умение решать прикладные задачи в предметных областях с применением математических моделей.	Несистематическое применение решать прикладные задачи в предметных областях с применением математических моделей.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение решать прикладные задачи в предметных областях с применением математических моделей.	Сформированное умение решать прикладные задачи в предметных областях с применением математических моделей.	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Адаптирует и применяет существующие математические модели для решения поставленной прикладной или теоретической задачи.					
Знать: - основные алгоритмы и приемы исследования с использованием методов математического анализа.	Фрагментарное представление о математических моделях для решения конкретных прикладных задач, подходах к применению	Неполные представления о математических моделях для решения конкретных прикладных задач, подходах к применению математических	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления математических моделей для решения конкретных прикладных задач,	Сформированные систематические представления о математических моделях для решения конкретных прикладных задач, подходах к	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»	
	математических моделей	ских моделей	подходах к применению математических моделей	применению математических моделей	
Уметь: - адаптировать математические модели задачи, используя понятия и методы математического анализа.	Фрагментарное умение адаптировать и применять математические модели для решения прикладных задач	Несистематическое применение умений адаптировать и применять математические модели для решения прикладных задач.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение адаптировать и применять математические модели для решения прикладных задач.	Сформированное умение адаптировать и применять математические модели для решения прикладных задач.	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Владеет методологией математического моделирования для решения профессиональных задач.					
Знать: - современные системы математического моделирования.	Фрагментарное представление о современных системах математического моделирования	Неполные представления о современных системах математического моделирования	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о современных системах математического моделирования	Сформированные систематические представления о современных системах математического моделирования	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Уметь: - формировать математическую модель для решения задачи	Фрагментарное умение реализовывать алгоритмы решения профессиональных задач	Несистематическое применение умений реализовывать алгоритмы решения профессиональных задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение реализовывать	Сформированное умение реализовывать алгоритмы решения профессиональных задач	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач,

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»	
	применение современных систем математического моделирования	альных задач с применением современных систем математического моделирования.	алгоритмы решения профессиональных задач с применением современных систем математического моделирования.	применение современных систем математического моделирования.	тестовые задания

7.2. Задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний и умений, характеризующих формирование компетенций в процессе освоения ОП ВО

Вопросы для оценки знаний и умений, характеризующих формирование компетенций

Шифр компетенции	Вопросы	Правильный ответ
ПКН-2	Найти экстремумы функции 1. $z = \sqrt{x^4 y} - 2x - y$ 2. $z = \sqrt{xy^3} \sqrt{x} - 2x - 3y$ 3. $z = \sqrt{y^4 x} - x - 2y$	1. 1/26 2. 868*6(-9 3. 1/256)
	Найти максимальное значение функции при заданном ограничении 1. $z = \sqrt{x^2 + y^2};$ $\{2x + y \leq 1; x \geq 0; y \geq 0$ 2. $\ln \ln (x^2 + y^2);$	1. 1,05 2. -1

	$\{x + 2y \leq 1; x \geq 0; y \geq 0\}$ 3. $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2);$ $\{2x + 4y \leq 1; x \geq 0; y \geq 0\}$	3. -7/4
	Найти производные функций: 1. $y = (3x - 1) \cdot \ln(\sqrt{1 + 2x^2} + 2x)$ 2. $y = (5x - 4) \cdot \ln(\sqrt{1 - 3x^2} - 3x)$ 3. $y = (2 - x) \cdot \ln(\sqrt{1 + 5x^2} + 5x)$ 4. $y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-x^2}$ 5. $y = \arccos \arccos \sqrt{1 - x^2} \quad (x > 0)$ 6. $y = \sqrt{1 - x^2}$ 7. $y = e^x$ 8. $y = \sqrt{\ln x + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$	1. $3\ln(\sqrt{1 + 4x^2} + 2x) + \frac{2(3x-1)}{\sqrt{1+4x^2}}$ 2. $5\ln\sqrt{1 + 9x^2} - 3x) - \frac{3(5x - 4)}{\sqrt{1 + 9x^2}}$ 3. $-\ln(\sqrt{1 + 25x^2} + 5x) + \frac{5(2 - x)}{\sqrt{1 + 25x^2}}$ 4. $\frac{2}{1+x^2}$ 5. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 6. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 7. e^x 8. $-\frac{x}{(2-x^2)\sqrt{1-x^2}}$
	Найти интервалы монотонности и экстремумы функции $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2$ $y = x^3(x - 1)$ $y = \frac{x^3}{1 + x^2}$ $y = \frac{e^{2x}}{1 + x}$ $y = \frac{x^3}{1 + x}$ $y = \frac{x}{\ln x}$	1. -8/3 2. -27/256 3. -27/20 4. 2/e 5. Нет 6. e
	Вычислить пределы 1. $\frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 - 9x + 14}$	1.1

	2. $\frac{3x^2-2x^3}{5x^3+7x}$ 3. $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$ 4. $\left(\frac{7x+3}{7x-1}\right)^{2x}$ 5. $\frac{\sin^3 x}{3x^3}$ 6. $\frac{\operatorname{ctg} x}{\pi-2x}$ 7. $\frac{2x^4+x^3+1}{3x^2+x^4}$ 8. $\frac{x^3-8}{x^2-5x+6}$ 9. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x-1} - \sqrt{2x+1})$ 10. $\left(\frac{x^2+4}{x^2+5}\right)^{-3x^2}$ 11. $\frac{1-\cos \frac{x}{2}}{3x^2}$ 12. $\frac{\ln(1+x)-\ln 2}{x-1}$ 13. $\frac{4x^3-\sqrt{x}}{1+8x^3}$ 14. $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$ 15. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+5})$ 16. $\left(\frac{2x+1}{x+1}\right)^{\frac{1}{x}}$ 17. $(8x \cdot \operatorname{ctg} x)$ 18. $(\sin x)^{\operatorname{tg} x}$	2.-0,4 3.0,5 4. $e^{8/7}$ 5.1/3 6.0.5 7.2 8.-12 9. 0 10. e^3 11. 1/24 12. 0.5 13. 0.5 14. 0 15. ∞ 16. e 17. 8 18. 1
--	--	--

Практико-ориентированные задания

Шифр компетенции	Практико-ориентированные задания	Правильный ответ
ПКН-2	Функция издержек производства продукции некоторой фирмой имеет вид: $y(x) = 0,1x^3 - 1,2x^2 + 5x + 250$ (ден. ед.). Найти средние и предельные издержки производства и вычислить их значения при $x = 10$.	$Y1=28$
	Зависимость между спросом q и ценой p единицы продукции, выпускаемой некоторым предприятием, задается соотношением $q = 18 - \sqrt{p}$. Найти эластичность спроса.	$P=144$
	Объем продукции u (ед.), произведенный бригадой рабочих, может быть описан уравнением $u = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t$ (ед.), $1 \leq t \leq 8$, где t — рабочее время, часы. Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения через час после начала работы и за час до ее окончания.	$t(1)=0.09$ $t(7)=-0.24$

	Задана функция $y = f(x)$ полных затрат предприятия на производство x единиц продукции. Определить связь между коэффициентами эластичности полных и средних затрат.	$E_x(y)-1$
	Зависимость между издержками производства y (дел. ед.) и объемом выпускаемой продукции x (ед.) выражается функцией $y = 10x - 0,04x^3$. Определить средние и предельные издержки при объеме продукции, равном 5 ед.	9, 7 ден.единиц
	Зависимость между количеством выпускаемых деталей в партии x (тыс. ед.) и затратами на их изготовление y (тыс. руб.) для предприятий отрасли выражается уравнением $y = \frac{27}{x} + 6$. Найти эластичность затрат для предприятий, выпускающих по 10 тыс. деталей в партии.	-0,31
	Функции спроса q и предложения s от цены p выражаются соответственно уравнениями: $q = 7 - p$ и $s = p + 1$. Найти: а) равновесную цену; б) эластичность спроса и предложения для этой цены;	3 ден.ед
	Функция потребления некоторой страны имеет вид: $C(x) = 13 + 0,25x + 0,37x^{4/5}$, где x - совокупный национальный доход. Найти: а) предельную склонность к потреблению; б) предельную склонность к сбережению, если национальный доход составляет 32.	2,5, 4

Тесты

Шифр компетенции	Тестовые задания	Правильный ответ
ПКН-2	1. Производной функции в данной точке называется: а) предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю, если этот предел существует и конечен; б) предел отношения приращения аргумента к приращению функции, когда приращение аргумента стремится к нулю, если этот предел существует и конечен; в) предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение функции стремится к нулю, если этот предел существует и конечен.	а
	2. Производная суммы двух дифференцируемых функций равна: а) разности их производных; б) сумме произведений производных этих функций; в) сумме их производных.	в
	3. Выберите правильное утверждение. Если функции u, v дифференцируемы в некоторой точке, то: а) $(uv)' = u'v' + u'v$; б) $(uv)' = uv + uv'$; в) $(uv)' = u'v - uv'$.	а
	4. Выберите правильное утверждение. Если функция $u(x)$	а

	<p>дифференцируема, а C - постоянная, то:</p> <p>а) $(Cu)' = Cu'$; б) $(Cu)' = C' u^1$; в) $(Cu)' = u'$; г) $(Cu)' = C' + u'$.</p>	
	<p>5. Механический смысл производной состоит в том, что:</p> <p>а) скорость v прямолинейного движения есть производная времени t по пути s; б) скорость v прямолинейного движения есть производная пути s по времени t; в) скорость v прямолинейного движения есть производная ускорения a.</p>	б
	<p>6. Дифференциал функции равен:</p> <p>а) произведению функции в данной точке на дифференциал независимой переменной; б) произведению производной функции в данной точке на дифференциал независимой переменной; в) произведению производной функции в данной точке на независимую переменную.</p>	б
	<p>7. Найти производную функции $f(x)$ и вычислить ее значение в точке x, если $f(x) = e^x (\cos x + \sin x)$, $x_0 = 0$:</p> <p>а) 4; б) 1; в) 0; г) 2.</p>	б
	<p>8. Найти производную функции $f(x)$ и вычислить ее значение в точке x, если $f(x) = x \sin(x^2 + 1)$, $x_0 = 0$</p> <p>а) $\sin 1$; б) -1; в) 0; г) $\cos 3$.</p>	в
	<p>9. Вычислить интеграл $\int_0^{\pi/2} x \sin x dx$</p> <p>а) 4; б) 0; в) 1; г) π.</p>	0
	<p>10. Вычислить интеграл $\int_0^3 \ln(x + 3) dx$</p> <p>а) $3(\ln(12) - 1)$; б) $\ln 3$; в) 0; г) 1.</p>	б
	<p>10. Вычислить интеграл $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$</p> <p>а) 1; б) $\pi/2 - 1$; в) $\pi/4$; г) $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$</p>	1

11. Вычислить предел последовательности $x_n = \frac{n+5}{n^2+n-1}, n \rightarrow \infty$ а) 0; б) ∞ ; в) ∞ ;	0
12. Вычислить предел последовательности $x_n = \frac{n^3+1}{n^2-1}, n \rightarrow \infty$ а) 3/2; б) ∞ ; в) 0;	∞
13. Вычислить предел последовательности $x_n = \frac{n^2-n+1}{3n^2-5n+2}, n \rightarrow \infty$ а) 1/3; б) ∞ ; в) 1;	a
14. Вычислить предел последовательности $x_n = \sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2-2}, n \rightarrow \infty$ а) 0; б) ∞ ; в) 1;	a

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3х тт. Том 1 : учебник / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 608 с. — ЭБС Лань. - URL: <https://e.lanbook.com/book/189501> (дата обращения: 01.06.2022). - Текст: электронный.

2. Горлач, Б. А. Математический анализ / Б. А. Горлач. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 604 с. — ISBN 978-5-507-49010-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/367505> (дата обращения: 22.07.2024).

3. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3х тт. Том 2 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 800 с. — ЭБС Лань. - URL: <https://e.lanbook.com/book/199928> (дата обращения: 01.06.2022). - Текст : электронный.

4. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 3: учебник / Г. М. Фихтенгольц. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. –656 с. - ЭБС Лань. – URL: <https://e.lanbook.com/book/221270>. (дата обращения 01.06.2022). - Текст: электронный.

5. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 24-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 624 с. — ЭБС Лань. — URL: <https://e.lanbook.com/book/184105> (дата обращения: 01.06.2022). - Текст: электронный.

6. Волкова, Е. С. Интегральное исчисление. Числовые ряды. Практикум по дисциплине «Математический анализ» 2 семестр: для студентов, обучающихся по направлению «Прикладная математика и информатика», (программа подготовки бакалавра) / Е. С. Волкова, М. В. Петрова; Финуниверситет, Департамент анализа данных и машинного обучения. — Москва: Финуниверситет, 2021. — ЭБС Финуниверситета. URL: http://elib.fa.ru/rbook/volkova_practikum.pdf. (дата обращения 01.06.2022).— Текст: электронный.

7. Математический анализ : учебно-методическое пособие / составители Л. Б. Рыбина, А. Е. Березкина. — 2-е изд., исправл. — пос. Караваяево : КГСХА, 2024. — 80 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/416816> (дата обращения: 22.07.2024)

б) Дополнительная:

8. Коннова, Л. П. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОСТО! : учебник / Л. П. Коннова, И. К. Степанян. — Москва : Прометей, 2023. — 1256 с. — ISBN 978-5-00172-511-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/358952> (дата обращения: 22.07.2024).

9. Конюхов, А. Н. Введение в математический анализ : учебное пособие / А. Н. Конюхов, С. Н. Машнина, К. А. Ципоркова. — Рязань : РГРТУ, 2023. — 80 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/380423> (дата обращения: 22.07.2024).

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
4. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>
5. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
6. Электронно-библиотечная система издательства Проспект <http://ebs.prospekt.org/books>
7. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com/>
8. Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников» <https://grebennikon.ru/>

9. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
10. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
11. Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>
12. Финансовая справочная система «Финансовый директор»
<http://www.1fd.ru/>
13. Ресурсы информационно-аналитического агентства по финансовым рынкам Cbonds.ru <https://cbonds.ru/>
14. СПАРК <https://spark-interfax.ru/>
15. Academic Reference <http://ar.cnki.net/ACADREF>
16. Bank Focus <http://library.fa.ru/resource.asp?id=527>
17. Пакет баз данных компании EBSCO Publishing, крупнейшего агрегатора научных ресурсов ведущих издательств мира <http://search.ebscohost.com>
18. Электронные продукты издательства Elsevier
<http://www.sciencedirect.com>
19. Emerald: Management eJournal Portfolio <https://www.emerald.com/insight/>
20. Информационно-аналитическая база данных EMIS Global
<https://www.emis.com/php/companies/overview/index>
21. Реферативная база данных по математике MathSciNET
<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>
22. Oxford Scholarship Online <https://oxford.universitypressscholarship.com/>
23. Коллекция научных журналов Oxford University Press
<https://academic.oup.com/journals/>
24. ProQuest: База данных Business Ebook Subscription на платформе Ebook Central <https://search.proquest.com/>
25. ProQuest Dissertations & Theses A&I <https://search.proquest.com/>
26. База данных RUSLANA компании Bureau van Dijk
<https://ruslana.bvdep.com/>
27. Scopus <https://www.scopus.com>
28. Электронная коллекция книг издательства Springer: Springer eBooks
<http://link.springer.com/>
29. Интерактивная финансовая информационная система компании Bloomberg
30. Система Thomson Reuters Eikon
31. Web of Science <http://apps.webofknowledge.com>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При подготовке к лекции целесообразно предварительно познакомиться с ее содержанием по рекомендованным пособиям и выделить наиболее трудные вопросы. Во время лекций следует конспектировать содержание лекции. После занятий следует провести работу с конспектом: отредактировать записи, оформить конспект. При оформлении целесообразно выделять специальным образом названия тем и формулировки вопросов, основные определения, формулировки

теорем и примеры. Перед очередной лекцией необходимо посмотреть по конспекту материал предыдущей лекции. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным литературным источникам. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно обратиться к лектору или преподавателю на консультации.

Методические указания по проведению практических занятий. По структуре практические занятия следует разделить на учебные и контрольные. Учебные практические занятия структурно состоят из следующих компонент:

- 1) проверка наличия выполненного задания самостоятельной работы каждого студента;
- 2) выборочная проверка корректности выполнения домашнего задания;
- 3) разбор типичных ошибок, возникших в самостоятельной работе;
- 4) рассмотрение теоретических вопросов, связанных с текущим практическим занятием;
- 5) разбор методов выполнения практических заданий и решения задач;
- 6) корректировка заданий для самостоятельной работы студентов;
- 7) интерактивная форма – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) – представляет собой решение списка задач, определенных преподавателем, в группе из небольшого количества студентов. В каждой группе есть «сильный» студент, который может выполнять функции консультанта и помощника преподавателю. Работа группы оценивается по количеству правильно решенных задач.

Контрольные практические занятия структурно состоят из следующих компонент:

- 1) проверка наличия контрольной работы каждого студента;
- 2) разбор типичных ошибок, возникших при выполнении контрольной работы;
- 3) проведение аудиторной контрольной работы;
- 4) интерактивная форма – коллоквиум – групповое обсуждение под руководством преподавателя относительно самостоятельного раздела лекционного курса. Одновременно это и форма текущего контроля, разновидность массового опроса.

При подготовке к практическому занятию необходимо повторить или, если это требуется, изучить соответствующий теоретический материал. Необходимо принести рекомендованную литературу. Во время занятия нужно точно записывать формулировки решаемых задач, вопросы, указания преподавателя к решению и разбираемые решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов, анализов. После занятий необходимо просмотреть записанные решения и восстановить в решениях имеющиеся пробелы. В случае затруднений отметить соответствующие задания и обратиться за консультацией к преподавателю. Практические занятия проходят, как правило, в интерактивной форме и преподаватель учитывает активность студентов, направленную на решение предложенных задач, и в поиске ответов на вопросы.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и

образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины. Контроль за выполнением домашних заданий осуществляется в ходе практических занятий и выборочного собеседования. Студентам, пропустившим занятия, рекомендуется не позже, чем в двухнедельный срок прийти на консультацию и отчитаться по теме пропущенного занятия.

Методические рекомендации по выполнению домашних контрольных работ. Домашние контрольные работы (ДКР) по дисциплине «Математический анализ» являются одной из основных форм текущего контроля самостоятельной работы студентов. ДКР содержит комплект заданий, выполняя которые студенты должны продемонстрировать умение решать типовые задачи и проводить типовые расчеты. При решении задач ДКР студенты могут пользоваться рекомендованной литературой и интернет-ресурсами. Сроки выполнения ДКР указываются в календарно-тематическом плане изучения дисциплины. Конкретные сроки сдачи ДКР устанавливаются преподавателем. Оценка за ДКР выставляется по итогам проверки письменной работы и собеседования. Эта оценка является существенной компонентой оценки самостоятельной работы студента в течение семестра. Цель проведения домашних контрольных работ — помочь студентам закрепить и отработать материал, изученный на лекциях и семинарских занятиях, а также подготовить студентов к успешной сдаче экзамена. Для достижения этой цели задания подобраны таким образом, чтобы они охватывали все основные типы задач. После проверки проводится выборочное собеседование по материалу контрольной работы. Выявленные ошибки и недочеты должны быть исправлены в установленном преподавателем порядке. При наличии значительного числа ошибок ДКР должна быть выполнена повторно. Домашняя контрольная работа выполняется на листах формата А4 рукописно или на компьютере на одной стороне листа. Вместе с решением задач приводится их формулировка. Все листы скрепляются степлером в верхнем левом углу.

11.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения:

- 1 ОС Astra Linux,
- 2 LibreOffice,
- 3 Антивирус Kaspersky.

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

- Информационно-правовая система «Гарант»
- Информационно-правовая система «Консультант Плюс»

- Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

- не предусмотрены.

12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Учебная аудитория с доской, компьютерный класс, аудитория, оснащённая системой динамического проецирования.