

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

(Финансовый университет)

Краснодарский филиал Финуниверситета

Кафедра «Математика и информатика»

СОГЛАСОВАНО

ООО «Портал-Юг»
Генеральный директор



Е.В. Мостовой

«21» февраля 2024 г.

УТВЕРЖДАЮ

Краснодарский филиал
Финуниверситета

Директор



Э.В. Соболев

«21» февраля 2024 г.

Коренева О.В.

Б1.О.02.02 Теория вероятностей и математическая статистика

для студентов, обучающихся по направлениям подготовки
38.03.05 «Бизнес информатика», профиль «Бизнес аналитика»
(очно-заочная форма обучения)

*Рекомендовано Ученым советом Краснодарского филиала Финуниверситета
(протокол № 12 от 20.02.2024)*

*Одобрено кафедрой «Математика и информатика»
(протокол № 13 от 27.02.2024)*

Краснодар 2024

УДК: 519.2

ББК: 22.17

К66

Рецензенты: доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Математика и информатика» Калайдин Е.Н., кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Математика и информатика» Пьянкова Н.Г.

Коренева О.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Рабочая программа дисциплины для студентов, обучающихся по направлению 38.03.05 «Бизнес-информатика» – Краснодар: Краснодарский филиал Финуниверситета, кафедра «Математика и информатика», 2024 г.

В рабочей программе дисциплины определены ее цель, место в структуре ОП, требования к результатам освоения дисциплины, содержание программы, тематика практических занятий, формы самостоятельной работы, оценочные средства для текущего контроля и промежуточной аттестации, учебно-методическое и информационное обеспечение.

38.03.05 Бизнес-информатика

Учебное издание

Коренева О.В.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Рабочая программа дисциплины

Формат 60X90/16. Гарнитура Times New Roman

Усл. п.л. 4,6. Изд. № _____ от _____. Тираж 100 экз.

Заказ № _____

Отпечатано в Краснодарском филиале Финуниверситета

© Коренева О.В. 2024

© Краснодарский филиал Финуниверситета, 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины	4
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижений и планируемых результатов обучения по дисциплине	4
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
4. Объем дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной и самостоятельной работы.....	6
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	6
5.1. Содержание дисциплины.....	6
5.2. Учебно-тематический план.....	10
4.3. Содержание семинаров, практических занятий	11
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	16
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	16
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	18
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	21
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	35
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	36
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	36
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	36
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	37

1. Наименование дисциплины

Дисциплина Б1.О.02.02 «Теория вероятностей и математическая статистика».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижений и планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате изучения дисциплины у студентов должны быть сформированы следующие компетенции:

Таблица 1 – Компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
УК-4	Способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использование их в профессиональной деятельности	1. Владеет фундаментальными знаниями в области математики. 2. Осуществляет решение прикладных задач с использованием математических методов.	<i>Знать</i> основные факты, концепции и принципы теории вероятностей и математической статистики; <i>Уметь</i> строго доказывать математические утверждения теории вероятностей и математической статистики, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; <i>Знать</i> язык теории вероятностей и математической статистики для решения прикладных задач с использованием математических методов; <i>Уметь</i> применять знания теории вероятностей и математической статистики для решения практических задач; выбирать и применять математические методы и методы моделирования необходимые для решения поставленных задач

УК-10	Способность применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	1. Владеет знаниями области теории методологии математического моделирования.	<p><i>Знать</i> основные понятия теории вероятностей и математической статистики; методики расчетов, используемые при анализе данных; вероятностные и статистические методы.</p> <p><i>Уметь</i> использовать инструменты описательной статистики и визуализации данных, вероятностные и статистические методы для решения профессиональных задач.</p>
		2. Демонстрирует умение строить и модифицировать математические модели в области экономики и финансов.	<p><i>Знать</i> вероятностные и статистические модели в области экономики и финансов;</p> <p><i>Уметь</i> модифицировать математические модели в области экономики и финансов;</p>
		3. Осуществляет решение задач в области экономики и финансов с применением соответствующих математических моделей.	<p><i>Знать</i> навыки решения задач в области экономики и финансов с использованием инструментария <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB</i>.</p> <p><i>Уметь</i> использовать инструментарий <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB</i> для решения задач в области экономики и финансов.</p>

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к Циклу математики и информатики по направлению подготовки бакалавров 38.03.05 «Бизнес-информатика», профиль «ИТ-менеджмент в бизнесе».

Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» базируется на знаниях, полученных в рамках изучения математических дисциплин, входящих в ОП бакалавра по направлению 38.03.05 «Бизнес-информатика»: Математический анализ, Функциональный анализ, Алгебра и геометрия, Дискретная математика, Алгоритмы и структуры данных в языке *Python*.

4. Объем дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной и самостоятельной работы

Таблица 2 – Трудоемкость дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» профиль «Бизнес-аналитика», очно-заочная форма обучения

Вид учебной работы	Направление подготовки 38.03.05 «Бизнес-информатика»	
	Очно-заочная форма обучения	
	Всего (в з/е и часах)	Семестр 5 (в з/е и часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3/108	3/108
Контактная работа - Аудиторные занятия	28	28
Лекции	12	12
Семинары, практические занятия	16	16
Самостоятельная работа	80	80
Контроль	-	-
Вид промежуточной аттестации	зачет	зачет

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины Теория вероятностей

Тема 1. Вероятности событий

Операции над случайными событиями, связанными с опытом. Геометрические вероятности. Статистическое «определение» вероятности и аксиоматика А. Н. Колмогорова. Вероятностное пространство как модель случайного эксперимента. Конечное вероятностное пространство и классический способ подсчета вероятностей. Дискретное вероятностное пространство. Ведение в теорию меры. Понятие σ -алгебры. Аддитивные и σ -аддитивные функции. Счетно-аддитивная мера. Мера и вероятность. Декартово произведение множеств и произведение мер. Борелевские подмножества в V^n .

Длина, площадь, объем и мера Бореля-Лебега. Измеримые (борелевские) функции. Условные вероятности. Независимые события и правило умножения вероятностей. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Априорные и апостериорные вероятности гипотез.

Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Формула

Бернулли. Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли. Приближенные формулы Лапласа и Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности.

Тема 2. Случайные величины

Случайная величина как функция на пространстве элементарных событий. Функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения. Независимость случайных величин. Функции от одной или нескольких случайных величин. Арифметические операции над случайными величинами.

Дискретная случайная величина (ДСВ) и ее закон распределения. Основные числовые характеристики ДСВ: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, ковариация и коэффициент корреляции. Математическое ожидание функции от ДСВ. Неравенство Йенсена. Использование класса `scipy.stats.rv_discrete` для построения экземпляров распределения ДСВ. Объект `scipy.stats.bernoulli` класса `rv_discrete`.

Свойства математического ожидания, дисперсии, ковариации и коэффициента корреляции. Вычисление основных числовых характеристик распределений методами библиотек `numpy` и `scipy`.

Примеры классических дискретных распределений (биномиальное, пуассоновское, геометрическое) и вычисление их числовых характеристик. Гипергеометрический закон распределения. Полиномиальное распределение. Пуассоновость суммы независимых пуассоновских случайных величин. Производящие функции. Биномиальная модель ценообразования финансовых инструментов. Реализация моделей дискретных случайных величин в пакетах *Jupyter Notebook*, *Wolfram Mathematica*, *MATLAB*. Объекты `binom`, `poisson`, `geom` и `multinomial` библиотеки `scipy`. Реализация моделей дискретных случайных величин в пакетах R, *Jupyter Notebook*.

Непрерывные и абсолютно непрерывные случайные величины. Свойства функции плотности. Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины. Математическое ожидание функции от абсолютно непрерывной случайной величины. Использование класса `scipy.stats.rv_continuous` для построения экземпляров распределения непрерывных СВ.

Равномерное распределение на отрезке, треугольное распределение (распределение Симпсона), показательное (экспоненциальное) распределение, распределение Коши, распределение Лапласа, нормальное и логнормальное распределения, их числовые характеристики. Нормальность суммы независимых нормальных случайных величин. Объекты `uniform`, `triang`, `expon`, `cauchy`, `norm`, `lognorm` библиотеки `scipy`.

Начальные и центральные моменты случайной величины. Производящая функция моментов. Асимметрия и эксцесс. Мода, медиана и квантили непрерывного распределения.

Тема 3. Случайные векторы

Совместное распределение случайных величин. Случайный вектор. Зависимые и независимые случайные векторы. Функция распределения случайного вектора и ее свойства. Одинаково распределенные случайные

векторы. Связь функции распределения случайного вектора с функциями распределения его компонент.

Дискретные случайные векторы. Вероятность попадания дискретного случайного вектора в заданное множество. Закон распределения двумерного дискретного случайного вектора и его связь с распределениями компонент.

Абсолютно непрерывные случайные векторы. Вероятность попадания абсолютно непрерывного случайного вектора в заданное множество. Связь функции плотности распределения случайного вектора с функциями плотности его компонент. Функция плотности и независимость компонент случайного вектора. Равномерное распределение в ограниченной области в W_A

Числовые характеристики дискретных и абсолютно непрерывных случайных векторов. Математическое ожидание функции от компонент случайного вектора. Ковариационная матрица случайного вектора. Неотрицательная определенность ковариационной матрицы.

Нормальное распределение в W_2 . Плотность двумерного нормального распределения, приведение к каноническому виду. Нормальные случайные векторы и их свойства. Реализация моделей непрерывных случайных векторов в пакетах R, *Jupyter Notebook*.

Условные распределения и условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства. Формула полного математического ожидания. Условная дисперсия. Формула полной дисперсии. Условная ковариация случайных величин X и Y относительно случайной величины Z . Формула полной ковариации.

Тема 4. Предельные теоремы теории вероятностей

Неравенство Маркова и Чебышева. Правило «трех сигм» в общем случае. Теоремы Чебышёва и Бернулли. Последовательности случайных величин. Сходимость по вероятности и закон больших чисел. Реализация модели ЗБЧ в пакетах R, *Jupyter Notebook*.

Понятие характеристической функции. Центральная предельная теорема (ЦПТ) в форме Ляпунова для одинаково распределенных слагаемых и в общем случае. Применение ЦПТ. Неравенство Берри - Эссеена об оценке погрешности приближения в центральной предельной теореме. Реализация модели ЦПТ в пакетах R, *Jupyter Notebook*.

Тема 5. Цепи Маркова

Определение и способы задания цепей Маркова. Вероятности и матрица переходов. Многошаговые вероятности переходов и теорема о матрице многошаговых переходов. Предельные вероятности. Использование класса *matrix* библиотеки *numpy* для моделирования цепей Маркова средствами *Jupyter Notebook*. Теорема Маркова о предельных вероятностях.

Математическая статистика

Тема 1. Случайные процессы

Случайные процессы. Основные типы случайных процессов. Ковариационная функция. Геометрическое броуновское движение. Случайное блуждание. Пуассоновский процесс. Модель Крамера-Лундберга (процесс риска).

Тема 2. Статистика конечной совокупности

Эмпирические характеристики признака: среднее, дисперсия, СКО, асимметрия, эксцесс, функция распределения. Эмпирическая ковариация двух признаков. Вариационный ряд, размах и эмпирическая медиана. Среднее арифметическое и дисперсия совокупности, разбитой на группы. Среднее арифметическое и дисперсия интервального распределения. Связь с характеристиками исходной совокупности. Поправка Шеппарда.

Генеральная совокупность, выборка и основные способы организации выборки. Основные выборочные характеристики и их свойства. Повторные и бесповторные выборки. Математическое ожидание и дисперсия выборочного среднего. Ковариация выборочных средних двух признаков. Математическое ожидание и дисперсия выборочной доли.

Использование библиотеки *numpy* для создания выборки из распределения, функции *beta*, *binomial*, *chisquare*, *exponential*, *f*, *gamma*, *geometric*, *hypergeometric*, *lognormal*, *multinomial*, *normal*, *pareto*, *poisson*, *standard_cauchy*, *standard_t*, *uniform* пакета *numpy.random*.

Тема 3. Точечные оценки параметров распределений

Выборка из распределения. Вариационный ряд и порядковые статистики. Распределение порядковых статистик. Статистическое оценивание параметров. Точечные оценки и их свойства (несмещенность, состоятельность и эффективность). Состоятельность и сходимость по вероятности. Асимптотическая нормальность. Несмещенная оценка начального момента произвольного порядка. Выборочное среднее как эффективная оценка математического ожидания. Достаточные условия состоятельности статистической оценки. Состоятельные оценки начальных моментов. Несмещенная оценка s^2 генеральной дисперсии и ее состоятельность.

Неравенство информации, метод максимального правдоподобия и метод моментов. Оценки параметров распределения методом моментов и их состоятельность. Метод максимального правдоподобия. Метод спейсингов. Неравенство Рао - Крамера и информация Фишера. Относительная эффективность. Выборочное среднее как эффективная оценка математического ожидания нормального распределения в классе всех несмещенных оценок.

Тема 4. Интервальные статистические оценки

Интервальные оценки и доверительные области. Байесовское статистическое оценивание. Интервальные оценки параметров распределения, доверительная вероятность и точность оценки. Построения интервальных оценок методом центральной статистики. Законы распределения выборочных характеристик в нормальной генеральной совокупности. Распределения χ^2 , Стьюдента и Фишера. Определения и простейшие свойства. Доверительный интервал для математического ожидания при известной дисперсии. Доверительные интервалы для математического ожидания и вероятности события в случае выборки большого объема. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной дисперсии. Доверительный интервал (симметричный по вероятности) для дисперсии при известном математическом ожидании. Доверительный интервал (симметричный по

вероятности) для дисперсии при неизвестном математическом ожидании. Интервал предсказания.

Тема 5. Статистическая проверка гипотез

Статистическая проверка гипотез: основные типы гипотез и общая логическая схема статистического критерия; характеристики качества критерия. Проверка статистических гипотез. Критическая область. Мощность критерия. Отношение правдоподобия и лемма Неймана-Пирсона. Пример построения наиболее мощного критерия. Проверка гипотез об определенных значениях параметров нормальных распределений. Проверка гипотезы о равенстве средних при известной дисперсии. Проверка гипотезы о равенстве средних при неизвестной дисперсии. Р-значение критерия. Определение и способ его вычисления. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий. Критерии Бартлетта и Кокрена. Критерии согласия. Проверка гипотезы о соответствии эмпирических данных теоретическому закону с данной функцией распределения по критерию Пирсона. Проверка гипотезы об однородности нескольких выборок по критериям Пирсона и Колмогорова - Смирнова. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа. Реализация моделей проверки статистических гипотез в пакетах R, Jupyter Notebook.

Тема 6. Основы статистического исследования зависимостей

Решение СЛУ методом наименьших квадратов. Общая дисперсия как сумма факторной и остаточной дисперсии. Коэффициент детерминации R^2 и его связь с коэффициентом корреляции. Линейная модель парной регрессии и теорема Гаусса - Маркова. Несмещенность МНК-оценок коэффициентов парной регрессии. Дисперсия МНК-оценок коэффициентов парной регрессии.

5.2. Учебно-тематический план

Темы дисциплины и виды занятий для студентов очно-заочной формы обучения представлены в таблице 3.

Таблица 3 - Распределение бюджета времени при изучении дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студентами очно-заочной формы обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоёмкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа- Аудиторная работа			Самостоятельная работа	
			Общая, в т. ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
Теория вероятностей							
1.	Вероятности событий	16	4	2	2	6	Выступления у доски, домашние задания, собеседование по
	Случайные величины					6	

2.	Случайные векторы	32	10	4	6	8	материалу и обсуждение результатов
	Пределные теоремы теории вероятностей					8	
	Цепи Маркова					6	

Математическая статистика

1.	Случайные процессы	18	4	2	2	6	Выступления у доски, домашние задания, собеседование по материалу и обсуждение результатов
	Статистика конечной совокупности					8	
2.	Точечные оценки параметров распределений	20	4	2	2	8	
	Интервальные статистические оценки					8	
3.	Статистическая проверка гипотез	20	4	2	4	8	
	Основы статистического исследования зависимостей					8	
	В целом по дисциплине	108	28	12	16	80	Согласно учебному плану: контрольные работы
	Итого в %	100	26	43	57	74	

4.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Теория вероятностей		
Раздел 1. Вероятности событий	Операции над случайными событиями, связанными с опытом. Геометрические вероятности. Статистическое «определение» вероятности и аксиоматика А.Н. Колмогорова. Вероятностное пространство как модель случайного эксперимента. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 1. Вероятности событий	Условные вероятности. Независимые события и правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса вероятностей гипотез. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.

Раздел 1. Вероятности событий	Независимые испытания. Схема Бернулли. Вероятность заданного числа успехов и наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли. [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 1. Вероятности событий	Локальная и интегральная приближенные формулы Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности. Приближенные формулы Пуассона. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 2. Случайные величины	Дискретная случайная величина и ее закон распределения. Примеры дискретных законов распределения: биномиальный, геометрический, гипергеометрический, полиномиальный, пуассоновский. Использование класса <i>scipy.stats.rv_discrete</i> . Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 2. Случайные величины	Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Свойства математического ожидания и дисперсии произвольной случайной величины. Неравенство Йенсена. Стандартное и среднее линейное отклонения Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 2. Случайные величины	Ковариация и коэффициент корреляции. Производящая функция целочисленной случайной величины и числовые характеристики типичных дискретных законов. Вычисление числовых характеристик средствами <i>numpy</i> и <i>scipy</i> . Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Самотестирование. Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания. Зачет по контрольной работе.
Раздел 2. Случайные величины	Абсолютно непрерывные случайные величины. Плотность вероятности и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины. Равномерное распределение на отрезке и показательное распределение на полупрямой. Медиана и квантили непрерывного распределения. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 2. Случайные величины	Центральные и начальные моменты вероятностного распределения. Асимметрия и эксцесс. Производящая функция моментов и ее свойства. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.

Раздел 2. Случайные величины	Нормальное распределение на прямой. Свойства нормальных случайных величин. Логарифмическое нормальное распределение. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 3. Случайные векторы	Зависимые и независимые случайные векторы. Функция распределения случайного вектора и ее свойства. Одинаково распределенные случайные векторы. Дискретные случайные векторы. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 3. Случайные векторы	Абсолютно непрерывные случайные векторы. Связь функции плотности распределения случайного вектора с функциями плотности его компонент. Равномерное распределение в ограниченной области. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 3. Случайные векторы	Условные распределения и условные плотности. Условное математическое ожидание и его свойства. Формула полного математического ожидания. Условная дисперсия. Формула полной дисперсии. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 3. Случайные векторы	Многомерное нормальное распределение. Приведение к каноническому виду. Нормальные случайные векторы и их свойства. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 4. Предельные теоремы теории вероятностей	Неравенства Маркова и Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 4. Предельные теоремы теории вероятностей	Характеристические функции и их свойства. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 5. Цепи Маркова	Определение и способы задания цепей Маркова. Вероятности и матрица переходов. Многошаговые вероятности переходов и теорема о матрице многошаговых переходов. Использование библиотеки <i>numpy</i> для моделирования цепей Маркова средствами <i>Jupyter Notebook</i> . Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Математическая статистика		

Раздел 1. Случайные процессы	Случайные процессы. Основные типы случайных процессов. Ковариационная функция. Геометрическое броуновское движение. Случайное блуждание. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 1. Случайные процессы	Пуассоновский процесс. Модель Крамера- Лундберга (процесс риска). Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 2. Статистика конечной совокупности	Эмпирические характеристики признака: среднее, дисперсия, СКО, асимметрия, эксцесс, функция распределения. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 2. Статистика конечной совокупности	Эмпирическая ковариация двух признаков. Вариационный ряд, размах и эмпирическая медиана. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 2. Статистика конечной совокупности	Среднее арифметическое и дисперсия совокупности, разбитой на группы. Среднее арифметическое и дисперсия интервального распределения. Связь с характеристиками исходной совокупности. Поправка Шеппарда. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 2. Статистика конечной совокупности	Генеральная совокупность, выборка и основные способы организации выборки. Основные выборочные характеристики и их свойства. Повторные и бесповторные выборки. Использование пакета <i>numpy.random</i> для создания выборки из распределения. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 3. Точечные параметры распределений	Выборка из распределения. Вариационный ряд и порядковые статистики. Распределение порядковых статистик. Статистическое оценивание параметров. Точечные оценки и их свойства (несмещенность, состоятельность и эффективность). Асимптотическая нормальность. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 3. Точечные параметры распределений	Состоятельность и сходимость по вероятности. Несмещенная оценка начального момента произвольного порядка. Выборочное среднее как эффективная оценка математического ожидания. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.

Раздел 3. Точечные оценки параметров распределений	Достаточные условия состоятельности статистической оценки. Состоятельные оценки начальных моментов. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 3. Точечные оценки параметров распределений	Метод максимального правдоподобия и метод моментов. Оценки параметров распределения методом моментов и их состоятельность. Метод максимального правдоподобия. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 3. Точечные оценки параметров распределений	Неравенство Рао - Крамера и информация Фишера. Эффективные по Рао - Крамера оценки. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 4. Интервальные статистические оценки	Интервальные оценки параметров распределения, доверительная вероятность и точность оценки. Построения интервальных оценок методом центральной статистики. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 4. Интервальные статистические оценки	Распределения хи-квадрат Стьюдента и Фишера. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2, 9.4]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 4. Интервальные статистические оценки	Интервальные оценки и доверительные области. Байесовское статистическое оценивание. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 5. Статистическая проверка гипотез	Статистические критерии. Статистическая проверка гипотез: основные типы гипотез и общая логическая схема статистического критерия; характеристики качества критерия. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 5. Статистическая проверка гипотез	Проверка гипотез об определенных значениях параметров нормальных распределений. Проверка гипотезы о равенстве средних при известной дисперсии. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.

Раздел 5. Статистическая проверка гипотез	про	Проверка гипотезы о равенстве средних при неизвестной дисперсии. Р-значение критерия. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.2, 9.3, 9.4]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 5. Статистическая проверка гипотез	про	Проверка гипотез о виде распределения. Критерий Пирсона. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2, 9.4]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 5. Статистическая проверка гипотез	про	Проверка гипотезы об однородности нескольких выборок по критериям Пирсона и Колмогорова - Смирнова. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 5. Статистическая проверка гипотез	про	Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2, 9.4]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 6. Основы статистического исследования зависимостей		Решение СЛУ методом наименьших квадратов. Общая дисперсия как сумма факторной и остаточной дисперсии. Коэффициент детерминации R и его связь с коэффициентом корреляции. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.2]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.
Раздел 6. Основы статистического исследования зависимостей		Линейная модель парной регрессии и теорема Гаусса - Маркова. Несмещенность МНК- оценок коэффициентов парной регрессии. Дисперсия МНК- оценок коэффициентов парной регрессии. Рекомендуемые источники: [8.1. - 8.5.; 9.1, 9.3]	Контроль наличия и выборочная проверка домашнего задания.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Теория вероятностей		
Раздел 1. Вероятности событий	Статистическое моделирование вероятности	Программирование различных вероятностных моделей с использованием инструментария «Jupyter Notebook» и «Wolfram

		<i>Mathematica»</i>
Раздел 2. Случайные величины	Статистическое моделирование различных распределений случайных величин	Моделирование различных распределений с использованием инструментария « <i>Jupyter Notebook</i> » и « <i>Wolfram Mathematica</i> »
Раздел 3. Случайные векторы	Статистическое моделирование двумерного нормального закона распределения.	Моделирование различных многомерных распределений с использованием инструментария « <i>Jupyter Notebook</i> » и « <i>Wolfram Mathematica</i> »
Раздел 4. Предельные теоремы теории вероятностей	Статистическое моделирование закона больших чисел и центральной предельной теоремы.	Реализация модели ЦПТ в пакетах R, Jupyter Notebook.
Раздел 5. Цепи Маркова	Предельные вероятности. Теорема Маркова о предельных вероятностях.	Моделирование дискретных цепей Маркова с использованием инструментария « <i>Jupyter Notebook</i> » и «R»
Математическая статистика		
Раздел 1. Случайные процессы	Случайные процессы. Случайное блуждание. Модель Крамера-Лундберга (процесс риска).	Моделирование винеровского и пуассоновского процесса с использованием инструментария « <i>Jupyter Notebook</i> » и « <i>Wolfram Mathematica</i> »
Раздел 2. Статистика конечной совокупности.	Среднее арифметическое и дисперсия интервального распределения. Связь с характеристиками исходной совокупности. Поправка Шеппарда.	Эмпирические характеристики признака с использованием инструментария « <i>Jupyter Notebook</i> » и « <i>Wolfram Mathematica</i> »
Раздел 3. Точечные оценки параметров распределений (математическая статистика)	Метод максимального правдоподобия и метод моментов. Оценки параметров распределения методом моментов и их состоятельность.	Численные методы нахождения оценок параметров, используемые методами максимального правдоподобия и метод моментов с использованием инструментария « <i>Jupyter Notebook</i> » и « <i>Wolfram Mathematica</i> ». Метод спейсингов.

Раздел 4. Интервальные статистические оценки	Приближенные (асимптотические) доверительные интервалы. Доверительные интервалы для математического ожидания и вероятности события в случае выборки большого объема. Интервал предсказания.	Численные методы нахождения оценок параметров, используемые методами максимального правдоподобия и метод моментов с использованием инструментария «Jupyter Notebook» и «Wolfram Mathematica». Метод спейсингов.
--	---	---

Раздел 5. Статистическая проверка гипотез (математическая статистика)	Проверка гипотезы об однородности нескольких выборок по критериям Пирсона и Колмогорова - Смирнова.	Реализация проверка гипотезы об однородности в пакете «Jupyter Notebook» и «Wolfram Mathematica».
Раздел 6. Основы статистического исследования зависимостей	Решение СЛУ методом наименьших квадратов. Общая дисперсия как сумма факторной и остаточной дисперсии. Коэффициент детерминации R и его связь с коэффициентом корреляции.	Численные методы решения СЛУ методом наименьших квадратов с использованием инструментария «Jupyter Notebook» и «Wolfram Mathematica».

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерный перечень вопросов к контрольным работам

1. Сформулируйте аксиомы теории вероятностей и на их основе докажите свойство непрерывности вероятности.
2. Дайте определение понятий «независимость событий». Какие события называются «независимыми в совокупности». Следует ли из равенства $P(ABC) = P(A)P(B')P(C')$ попарная независимость. Ответ обосновать.
3. Дайте определение понятий «условная вероятность», «полная группа попарно несовместных событий». Сформулируйте и докажите теоремы, утверждающие справедливость формулы полной вероятностей и формулы полной вероятностей для математического ожидания.
4. Дайте определение схемы Бернулли. Выведите формулу для определения вероятности $P_n(k)$ наступления k успехов в серии из n независимых испытаний.
5. Дайте определение биномиального закона распределения. Выведите формулу для наиболее вероятного числа успехов в схеме Бернулли из n независимых испытаний. Приведите формулу полиномиального распределения.
6. Сформулируйте и докажите предельную теорему Пуассона. Выведите формулу для наиболее вероятного значения распределения Пуассона.
7. Сформулируйте понятие случайной величины и функции распределения случайной величины. Привести пример вероятностного пространства и функции на нём, которая не является случайной величиной.
8. Дайте определение функции распределения случайной величины и докажите основные свойства функции распределения. Найдите функцию

распределения индикатора события.

9. Сформулируйте определение дискретной случайной величины. Выведите выражение для функции распределения дискретной случайной величины.

10. Дайте определение независимости в совокупности дискретных случайных величин. Пусть I_A, I_B, I_C — индикаторы трёх независимых событий. Показать, что I_A, I_B, I_C — независимые случайные величины.

11. Дайте определение математического ожидания дискретной случайной величины. Может ли целочисленная случайная величина имеет математическое ожидание, равное π ? Ответ обосновать.

12. Сформулируйте и докажите теорему сложения для математических ожиданий.

13. Сформулируйте и докажите теорему умножения для математических ожиданий.

14. Сформулируйте и докажите неравенство Маркова.

15. Сформулируйте и докажите неравенство Чебышёва.

16. Сформулируйте определение производящей функции целочисленной неотрицательной случайной величины. Найдите производящие функции основных дискретных распределений.

17. Сформулируйте определение производящей функции целочисленной неотрицательной случайной величины. С помощью производящей функции докажите пуассоновость суммы независимых случайных величин, распределённых по закону Пуассона.

18. Дайте определение и сформулируйте основные свойства дисперсии дискретной случайной величины. Докажите одностороннее неравенство Чебышёва.

19. Сформулируйте и докажите теорему сложения для дисперсии суммы независимых случайных величин. Выведите формулу для дисперсии произведения двух независимых случайных величин?

20. Сформулируйте определение ковариации случайных величин и докажите основные свойства ковариации.

21. Сформулируйте определение коэффициента корреляции случайных величин и докажите основные свойства коэффициента корреляции.

22. Дайте определение некоррелированности случайных величин. Следует ли из некоррелированности независимость случайных величин? Ответ обосновать.

23. Дайте определения асимметрии и эксцесса распределения. Найдите асимметрию и эксцесс равномерного распределения на отрезке $[a; b]$.

24. Выведите формулы для математического ожидания и дисперсии случайной величины, распределённой по нормальному закону с параметрами m и σ^2 .

25. Сформулируйте определение производящей функции моментов. С помощью производящей функции моментов докажите нормальность суммы независимых случайных величин, распределённых по нормальному закону.

26. Сформулировать и доказать закон больших чисел в форме Чебышёва и Бернулли.

27. Сформулировать и доказать утверждение, известное как «общее правило 3ю»

28. Сформулировать центральную предельную теорему и неравенство Берри - Эссеена об оценке погрешности приближения в центральной предельной теореме.

29. Сформулировать и доказать предельную теорему Муавра - Лапласа.

30. Дайте определение распределения Коши и докажите основные свойства случайной величины, которая имеет распределение Коши с параметрами и .

31. Дайте определение логнормального закона распределения с параметрами m и σ^2 . Приведите формулы с доказательством для математического ожидания и дисперсии случайной величины, которая имеет логнормальное распределение с параметрами m и σ^2 .

32. Перечислите основные свойства функции плотности распределения двумерного случайного вектора. Каким образом связаны функции плотности и распределения? Укажите функцию плотности для равномерного распределения в области G с R .

33. Дайте определение плотности двумерного нормального закона распределения на плоскости. Докажите теорему об эквивалентности независимости и некоррелированности компонент X и Y двумерного нормального вектора (X, Y) .

34. Сформулируйте и докажите теорему об условной плотности двумерного нормального закона распределения.

35. Пусть (X, Y) - двумерный нормальный случайный вектор. Докажите, что из равенства $Cov(X, Y) = 0$ вытекает независимость X и Y .

36. Сформулируйте определение условного математического ожидания случайной величины X относительно случайной величины Y . Докажите формулу полного математического ожидания $E(X) = E[E(X|Y)]$.

37. Сформулируйте определение условной дисперсии случайной величины X относительно случайной величины Y . Докажите формулу полной дисперсии $Var(X) = E[Var(X|Y)] + Var[E(X|Y)]$.

38. Сформулируйте определение условной ковариации случайных величин X и Y относительно случайной величины Z . Докажите формулу полной ковариации $Cov(X, Y) = E[Cov(X, Y|Z)] + Cov[E(X|Z), E(Y|Z)]$.

Примеры заданий контрольных работ

1. Случайный вектор (X, Y) распределен по закону $P(X = 1, Y = 1) = 0,11$; $P(X = 1, Y = 2) = 0,19$; $P(X = 1, Y = 3) = 0,19$; $P(X = 2, Y = 1) = 0,17$; $P(X = 2, Y = 2) = 0,1$; $P(X = 2, Y = 3) = 0,24$. Найдите условную вероятность $P(X = 2 | Y = 2)$.

2. Найдите распределение случайной величины $Z = \max(5, X - Y)$ и $E(Z)$, если известно распределение дискретного случайного вектора (X, Y) :

	$X = 3$	$X = 4$	$X = 5$
$Y = -2$	1 4	1 6	1 8

$Y = -1$	1 8	1 4	1 12
----------	--------	--------	---------

3. Дано: $P(X = 40) = 0,4$, $P(X = 60) = 0,6$, $E(Y|X = 40) = 4$, $E(Y|X = 60) = 1$. Найдите $\text{Cov}(X, Y)$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} c \cdot (-x + Cy), & \text{если } 0 < x < 2, 0 < y < 3, \\ 0, & \text{в остальных точках.} \end{cases}$$

Найдите константу C и $P(X + Y > 1)$.

5. Плотность распределения случайного вектора (X, Y) имеет вид:

$$f(x, y) = \frac{1}{2} e^{-5x^2 - 3xy - 6x - y^2 - 4y - 4}.$$

Найдите $\text{Var}(Y|X = x)$.

6. Случайные величины X и Y нормально распределены $M(0; \sigma^2)$ и независимы. Доказать, что отношение $Z = \frac{Y}{X}$ имеет распределение Коши.

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Департамента анализа данных и машинного обучения.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

7.1 Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетво рительно»	«удовлетвори тельно»	«хорошо»	«отлично»	
УК-4 Способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использование их в профессиональной деятельности					
Владеет фундаментальными знаниями в области математики.					

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетво рительно»	«удовлетвори тельно»	«хорошо»	«отлично»	
Знать: — основные факты, концепции и принципы теории вероятностей и математическ ой статистики	Фрагмента р-ное представле ние об основных фактах, концепции и принципах теории вероятност ей и математиче ской статистики	Неполные представле ния об основных фактах, концепции и принципах теории вероятностей и математическ ой статистики	Сформированн ые, но содержащие отдельные пробелы представления об основных фактах, концепции и принципах теории вероятностей и математическо й статистики	Сформирова нные систематиче ские представлен ия об основных фактах, концепции и принципах теории вероятносте й и математичес кой статистики	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Уметь: — строго доказывать математически е утверждения теории вероятностей и математическо й статистики, выделяя главные смысловые аспекты в доказательства х	Фрагментар ное умение доказывать математичес кие утверждения теории вероятносте й и математичес кой статистики, выделяя главные смысловые аспекты в доказательств вах	Несистематич еское применение возможности доказывать математическ ие утверждения теории вероятностей и математическ ой статистики, выделяя главные смысловые аспекты в доказательств ах	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение доказывать математические утверждения теории вероятностей и математической статистики, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах	Сформирован ное умение доказывать математическ ие утверждения теории вероятностей и математическ ой статистики, выделяя главные смысловые аспекты в доказательств ах	Вопросы для оценки знаний и умений
Осуществляет решение прикладных задач с использованием математических методов.					

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетво рительно»	«удовлетвори тельно»	«хорошо»	«отлично»	
Знать - язык теории вероятностей и математическо й статистики для решения прикладных задач с использование м математически х методов	Фрагментар ное представлен ие о языке теории вероятносте й и математичес кой статистики для решения прикладных задач с использован ием математичес ких методов	Неполные представления о языке теории вероятностей и математическ ой статистики для решения прикладных задач с использование м математическ их методов	Сформированны е, но содержащие отдельные пробелы представления о языке теории вероятностей и математической статистики для решения прикладных задач с использованием математических методов	Сформирован ные систематичес кие представлени я о языке теории вероятностей и математическ ой статистики для решения прикладных задач с использовани ем математическ их методов	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Уметь - применять знания теории вероятностей и математическо й статистики для решения практических задач; выбирать и применять математически е методы и методы моделирования необходимые для решения поставленных задач	Фрагментар ное умение эффективно применять знания теории вероятносте й и математичес кой статистики для решения практически х задач; выбирать и применять математичес кие методы и методы моделирован ия необходимы е для решения поставленны х задач	Несистематич еское применение применять знания теории вероятностей и математическ ой статистики для решения практических задач; выбирать и применять математическ ие методы и методы моделировани я необходимые для решения поставленных задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять знания теории вероятностей и математической статистики для решения практических задач; выбирать и применять математические методы и методы моделирования необходимые для решения поставленных задач	Сформирован ное умение эффективно применять знания теории вероятностей и математическ ой статистики для решения практических задач; выбирать и применять математическ ие методы и методы моделирован ия необходимые для решения поставленных задач	Вопросы для оценки знаний и умений,
УК-10 Способность применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности					

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетво рительно»	«удовлетвори тельно»	«хорошо»	«отлично»	
Владеет знаниями в области теории и методологии математического моделирования					
Знать - основные понятия теории вероятностей и математическо й статистики; методики расчетов, используемые при анализе данных; вероятностные и статистически е методы	Фрагментар ное представлен ие о основных понятиях теории вероятносте й и математичес кой статистики; методике расчетов, используемо й при анализе данных; вероятностн ые и статистическ ие методы	Неполные представление о основных понятиях теории вероятностей и математическ ой статистики; методике расчетов, используемой при анализе данных; вероятностны е и статистически е методы	Сформированны е, но содержащие отдельные пробелы представления о основных понятиях теории вероятностей и математической статистики; методике расчетов, используемой при анализе данных; вероятностные и статистические методы	Сформирован ные систематичес кие представлени е о основных понятиях теории вероятностей и математическ ой статистики; методике расчетов, используемой при анализе данных; вероятностны е и статистическ ие методы	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Уметь - использовать инструменты описательной статистики и визуализации данных, вероятностные и статистические методы для решения профессиональ ных задач.	Фрагментар ное умение решать прикладные задачи в предметных областях с применение м математичес ких моделей.	Несистематич еское применение решать прикладные задачи в предметных областях с применением математическ их моделей.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение решать прикладные задачи в предметных областях с применением математических моделей.	Сформирован ное умение решать прикладные задачи в предметных областях с применением математическ их моделей.	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Демонстрирует умение строить и модифицировать математические модели в области экономики и финансов.					
вероятностные и статистические модели в области экономики и	Фрагментар ное представлен ие о математичес ких моделях	Неполные представления о математическ их моделях для решения	Сформированны е, но содержащие отдельные пробелы представления	Сформирован ные систематичес кие представлени я о	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетво рительно»	«удовлетвори тельно»	«хорошо»	«отлично»	
финансов	для решения конкретных прикладных задач, подходах к применению математичес ких моделей	конкретных прикладных задач, подходах к применению математическ их моделей	математических моделях для решения конкретных прикладных задач, подходах к применению математических моделей	математическ их моделях для решения конкретных прикладных задач, подходах к применению математическ их моделей	расчетных задач, тестовые задания
Уметь: - модифицирова ть математически е модели в области экономики и финансов	Фрагментар ное умение адаптировать и применять математичес кие модели для решения прикладных задач	Несистематич еское применение умений адаптировать и применять математическ ие модели для решения прикладных задач.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение адаптировать и применять математические модели для решения прикладных задач.	Сформирован ное умение адаптировать и применять математическ ие модели для решения прикладных задач.	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Осуществляет решение задач в области экономики и финансов с применением соответствующих математических моделей					
Знать: - навыки решения задач в области экономики и финансов с использование м инструментари я <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB.</i>	Фрагментар ное представлен ие о решении задач в области экономики и финансов с использован ием инструмента рия <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB.</i>	Неполные представления о решении задач в области экономики и финансов с использование м инструментар ия <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB</i>	Сформированны е, но содержащие отдельные пробелы представления о решении задач в области экономики и финансов с использованием инструментария <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB</i>	Сформирован ные систематичес кие представлени я о решении задач в области экономики и финансов с использовани ем инструментар ия <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB</i>	Вопросы для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания
Уметь:	Фрагментар	Несистематич	В целом	Сформирован	Вопросы

Планируемые результаты освоения компетенции (индикатора достижения компетенции)	Уровень освоения				Оценочное средство
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»	
- использовать инструментарий <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB</i> для решения задач в области экономики и финансов	ное представле ие об использо ван ии инструмента рия <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB</i> для решения задач в области экономики и финансов	еское применение умений об использовании инструментария <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB</i> для решения задач в области экономики и финансов	успешное, но содержащее отдельные пробелы умение реализовывать использование инструментария <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB</i> для решения задач в области экономики и финансов	ное умение использовать инструментарий <i>Microsoft Excel, R, Python (Jupyter Notebook), Wolfram Mathematica, MATLAB</i> для решения задач в области экономики и финансов	для оценки знаний и умений, задания в виде расчетных задач, тестовые задания

2 Задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний и умений, характеризующих формирование компетенций в процессе освоения ОП ВО

2.1 Вопросы для оценки знаний и умений, характеризующих формирование компетенций

Шифр компетенции	Вопросы	Правильный ответ
УК-4	Законом распределения дискретной случайной величины называется	соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями
	Математическим ожиданием дискретной случайной величины называется	сумма произведений всех ее возможных значений на их вероятности
	Дисперсией случайной величины X называется	математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания:
	Функцией распределения случайной величины X называется функция $F(x)$,	определяющая вероятность того, что случайная величина X в результате испытания примет значение, меньшее x , т.е. $F(x) = P(X < x) = \sum p(X = x_i)$, где

		суммирование распространяется на все i , для которых $x_i < x$
	Теорема сложения вероятностей несовместимых событий	$p(A + B) = p(A) + p(B)$.
	Теорема умножения вероятностей	$p(AB) = p(A) p_A(B)$
	Теорема сложения вероятностей совместных событий	$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(AB)$.
	Формула полной вероятности и формулы Байеса	$p(A) = \sum_{i=1}^n p(B_i) p_{B_i}(A)$
	Формула Бернулли	$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$, где $q = 1 - p$.
	Формула Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра–Лапласа	$p_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x), x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$, где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$
УК-10	Событие достоверное	если при всех испытаниях рассматриваемое событие всегда наступает
	Событие случайное	если в результате испытания событие может появиться или не появиться
	Вероятностью события A называется отношение числа m благоприятствующих этому событию исходов к общему числу n равновероятных несовместных элементарных исходов испытания и обозначается	$P(A) = m/n$
	Перестановками называют комбинации	состоящие из одних и тех же различных элементов и отличающихся только порядком следования. Число всех возможных перестановок из n различных элементов равно $P_n = n!$.
	Сочетаниями	называют комбинации, составленные из n различных элементов по k , которые отличаются составом элементов. Число возможных сочетаний из n различных элементов по k равно $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Дискретные случайные величины – это	случайные величины, которые принимают не более счетного множества отдельных возможных значений с определенными вероятностями.
Примеры дискретных случайных величин	Биномиальное распределение, Распределение Пуассона, Геометрическое распределение

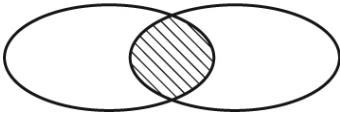
2.2 Практико-ориентированные задания

Шифр компетенции	Практико-ориентированные задания	Правильный ответ
УК-4	Число солнечных дней в году для данной местности является нормально распределенной случайной величиной со средним значением 75 дней и дисперсией 25 дней. Определить вероятность того, что в следующем году в данной местности окажется не менее 70 и не более 85 солнечных дней.	0,819
	Нормально распределенная случайная величина X имеет $MX = 2$ и $DX = 0,09$. Найти вероятность того, что X примет значение, удовлетворяющее неравенству $1,55 < X < 2,3$.	0,775
	Найти вероятность попадания нормально распределенной случайной величины L' в интервал $(3, 10)$, если математическое ожидание MX равно 6, а дисперсия DX равна 9	$\approx 0,75$
	Вероятность того, что наудачу выбранная деталь окажется бракованной, при каждой проверке остается одной и той же и равна 0,02. Определить вероятность того, что среди 50 наугад выбранных деталей бракованных окажется менее 6.	$\approx 0,994$
	В партии из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность, что среди 6 взятых наудачу деталей 4 стандартных	0.5
	В первой урне 3 белых и 5 черных шаров, во второй 6 белых и 4 черных шаров, в третьей 1 белый и 2 черных шара. Бросают игральную кость. Если выпадает 1 или 2, то берут шар из первой урны. Если выпадает 4, 5, 6, то берут шар из третьей урны. Найти вероятность того, что наудачу взятый шар окажется белым	0.39
	Известно, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. Случайно выбранное лицо оказалось дальтоником. Какова вероятность, что это будет	0.95

	мужчина	
	Известно, что 80% всего числа изготавливаемых заводом изделий являются изделиями первого сорта. Приемщик наугад выбирает 200 изделий. Чему равна вероятность того, что среди них окажется от 110 до 160 изделий первого сорта?	$\cong 0,5$
	Вероятность наступления события А в каждом испытании равна 0,4. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что в 15 000 испытаниях отклонение относительной частоты появления события А от его вероятности не превзойдет по абсолютной величине 0,01.	$\geq 0,84$
	Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,96, можно было ожидать, что абсолютная величина отклонения относительной частоты годных деталей от вероятности детали быть годной, равной 0,98, не превысит 0,02?	≥ 1225
	Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы, равна $p = 0,9$. Найти вероятность того, что в ближайшие 5 суток расход электроэнергии в течение 3 суток не превысит нормы	0,59049
	В урне находятся 99 черных и 1 белый шар. Производится 200 извлечений шара из урны, причем после каждого извлечения шар возвращается в урну, и шары перемешиваются. Найти вероятность появления не менее двух белых шаров.	0.59
УК-10	Доходы жителей города имеют математическое ожидание 10 тыс. руб. и среднее квадратическое отклонение 2 тыс. руб. (в месяц). Найти вероятность того, что средний доход 100 случайно выбранных жителей составит от 9,5 до 10,5 тыс. руб.	0,9876.
	В результате каждого визита страхового агента договор заключается с вероятностью 0,1. Найти наивероятнейшее число заключенных договоров после 25 визитов.	2
	Страховая компания заключила 40000 договоров. Вероятность страхового случая по каждому из них в течение года составляет 2%. Найти вероятность, что	0.9938

	таких случаев будет не более 870.	
	Курс акции за день может подняться на 1 пункт с вероятностью 50%, опуститься на 1 пункт с вероятностью 30% и остаться неизменным с вероятностью 20%. Найти вероятность того, что за 5 дней торгов курс поднимется на 2 пункта.	0.17
	Суточная потребность электроэнергии в населенном пункте является случайной величиной, математическое ожидание которой равно 3500 кВт ч, а дисперсия составляет 2200 (кВт-ч) ² . Оценить вероятность, что в ближайшие сутки расход электроэнергии в этом населенном пункте будет от 2500 до 4500 кВт ч.	$\geq 0,998$
	В 400 испытаниях Бернулли вероятность успеха в каждом испытании равна 0,8. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что разница между числом успехов в этих испытаниях и средним числом успехов будет меньше 20	0,9876
	Фирма имеет три источника поставки комплектующих – фирмы А, В, С. На долю фирмы А приходится 50% общего объема поставок, В – 30% и С – 20%. Из практики известно, что среди поставляемых фирмой А деталей 10% бракованных, фирмой В – 5% и фирмой С – 6%. Какова вероятность, что взятая наугад деталь окажется годной?	0.923

2.3 Тесты

Шифр компетенции	Тестовые задания	Правильный ответ
УК-4	<p>1. Какой операции над событиями соответствует рисунок?</p> <div style="text-align: center;"> <p>A B</p>  </div> <p> a) $A + B$ b) \bar{A} c) $A - B$ d) AB </p>	d
	<p>2. Если в эксперименте возможны n элементарных исходов, а событие A наступает в результате m из них, то вероятность события A равна:</p> <p> a) $m/(n-mB)$ b) n/m c) $(n-m)/n$ d) m/n </p>	d

	<p>3. Что нужно применить для вычисления вероятности того, что в 200 повторных независимых испытаниях событие A произойдет 60 раз, если вероятность события A в отдельном испытании 0,4?</p> <p>a) Интегральную теорему Лапласа b) Формулу Бернулли c) Фокальную теорему Лапласа d) Формулу Пуассона</p>	c										
	<p>4. Вероятность появления события A в 20 повторных независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна 0,85. Тогда математическое ожидание числа появлений этого события равно:</p> <p>a) 3 b) 2,55 c) 17 d) 16,15</p>	c										
	<p>5. Случайная величина распределена равномерно на интервале (0; 6). Тогда ее математическое ожидание и дисперсия соответственно равны:</p> <p>a) 3 и 3 b) 4 и 4/3 c) 2 и 3 d) 3 и 2</p>	a										
	<p>6. После восьми заездов автомобиля на определенной трассе были получены следующие значения его максимальной скорости (в м/с): 31; 41; 34; 40; 38; 35, 38, 39. Значение несмещенной оценки максимальной скорости автомобиля равно:</p> <p>a) 38 b) 31 c) 30 d) 37 e) 33</p>	d										
	<p>7. Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 3; 3; 9; 16. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна:</p> <p>a) 8 b) 7,75 c) 9 d) 9,5</p>	b										
	<p>8. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:</p> <table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>p_i</td><td>e_1</td><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr></table> <p>Тогда n_1 равен:</p> <p>a) 27 b) 10 c) 26 d) 50</p>	x_i	1	2	3	4	p_i	e_1	9	8	7	c
x_i	1	2	3	4								
p_i	e_1	9	8	7								

	<p>9. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения</p> $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3; \\ x - 3, & 3 \leq x \leq 4; \\ 1, & x > 4 \end{cases}$ <p>Чему равна вероятность события $3,1 < X < 4,5$?</p> <p>a) 0,3 b) 0,7 c) 0,9 d) 0,5</p>	c
	<p>1. Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет 3 очка, равна:</p> <p>a) 0.5 b) 0.1 c) 1/3 d) 1/6</p>	d
	<p>2. В ящике 65 годных и 35 бракованных деталей. Достают одну деталь. Чему равна вероятность того, что она бракованная?</p> <p>a) 0.65 b) 7/13 c) 0.5 d) 0.35</p>	d
	<p>3. Игральная кость бросается один раз. Вероятность того, что появится более 5 очков, равна:</p> <p>a) 1/2 b) 2/3 c) 1 d) 1/3 e) 1/6</p>	e
	<p>4. Сколько различных восьмизначных чисел, начинающихся цифрой 3 и оканчивающихся цифрой 7, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 при условии, что каждая цифра в обозначении числа встречается 1 раз?</p> <p>a) $8!/4!$ b) $6!$ c) $6!/4!2!$ d) $6!/2!$ e) $8!$</p>	b
	<p>5. Если $F(x)$ — функция распределения, $f(x)$ — плотность распределения случайной величины X, то:</p> <p>a) $f(x)=0,5 \cdot [F(x)-F(0)]$ b) $f(x)=F(x)-F(0)$ c) $f(x)=F'(x)$ d) $f(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} F(x)dx$</p>	c
	<p>6. Наиболее общим случаем закона больших чисел является теорема:</p> <p>a) Муавра — Лапласа</p>	d

	b) Маркова c) Ляпунова d) Чебышева	
	7. Вероятность годного изделия 0,5. Чему приближенно равна вероятность, что в партии из 400 изделий число годных лежит в пределах от 180 до 220? a) $0,5 \cdot \Phi(2)$ b) $\Phi(2)$ c) $\Phi(1,5)$ d) $0,5 \cdot [\Phi(2) - \Phi(1)]$ e) $0,5 \cdot [\Phi(1,5) + \Phi(1)]$	b
	8. Для выборки объема $n = 12$ вычислена выборочная дисперсия $D = 132$. Тогда исправленная выборочная дисперсия S^2 для этой выборки равна: a) 120 b) 121 c) 150 d) 144	d
	9. По какой формуле определяется математическое ожидание случайной величины X , равномерно распределенной на отрезке $[a, b]$? a) $MX = (a+b)/12$ b) $MX = (a+b)/2$ c) $MX = (b-a)/2$ d) $MX = (b-a)$	a
	10. По какой формуле определяется дисперсия случайной величины X , равномерно распределенной на отрезке $[a, b]$? a) $DX = (b-a)^2/12$ b) $DX = (b-a)^2/2$ c) $DX = (b-a)^2$ d) $DX = (b-a)/2$	a
УК-10	1. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 11. Тогда его интервальная оценка может иметь вид: a) (10,1; 11) b) (10,1; 10,8) c) (11; 11,9) d) (10,1; 11,9)	d
	2. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 10. Тогда его интервальная оценка может иметь вид: a) (8,5; 11,5) b) (8,4; 10) c) (8,6; 9,6) d) (10; 10,9)	a
	3. Вероятностью ошибки первого рода при проверке статистических гипотез называется: a) степень свободы b) статистика критерия c) мощность критерия	d

	d) уровень значимости									
	4. Дана выборка объема n . Если значение признака у каждого элемента выборки уменьшить на 7 единиц, то выборочная дисперсия: a) увеличится на 7 единиц b) уменьшится на 7 единиц c) уменьшится в 7 раз d) не изменится	d								
	5. В результате 10 измерений некоторой физической величины одним прибором (без математических погрешностей) получены следующие результаты: 92; 94; 100; 102; 104; 104; 105; 107; 110; 112. Несмещенная оценка этой величины равна: a) 94 b) 100 c) 106 d) 103 e) 105	d								
	6. Функция распределения вероятностей дискретной случайной величины X имеет вид $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3; \\ 0.2, & 3 < x \leq 4; \\ 0.6, & 4 < x \leq 6; \\ 1, & x > 6 \end{cases}$ Тогда вероятность $P(2 \leq X \leq 5)$ равна: a) 0.8 b) 0.6 c) 0.4 d) 0.2	b								
	7. Распределение дискретной случайной величины задано таблицей. <table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>10</td><td>15</td></tr><tr><td>p_i</td><td>0,3</td><td>0,3</td><td>0,4</td></tr></table> Математическое ожидание равно: a) 11,3 b) 10,1 c) 9,3 d) 10,9	x_i	1	10	15	p_i	0,3	0,3	0,4	c
x_i	1	10	15							
p_i	0,3	0,3	0,4							
ПКН-2	8. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3; \\ x - 3, & 3 \leq x \leq 4; \\ 1, & x > 4 \end{cases}$ Найти DX . a) 1/12 b) 1/4 c) 1/6 d) 1/3	a								
	9. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения	a								

	$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3; \\ x - 3, & 3 \leq x \leq 4; \\ 1, & x > 4 \end{cases}$ <p>Найти MX.</p> <p>a) 3,5 b) 3,2 c) 3,8 d) 3,6</p>	
	<p>10. Мода вариационного ряда 1; 2; 3; 3; 4; 6 равна:</p> <p>a) 4 b) 6 c) 3 d) 20</p>	c

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная

1 Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517540> (дата обращения: 06.05.2023).

2. Сапожников, П. Н. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах: учебное пособие / П.Н. Сапожников, А.А. Макаров, М.В. Радионова. — Москва : КУРС: ИНФРА-М, 2022. — 496 с. - ISBN 978-5-906818-47-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1036516>.

3. Коган, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е.А. Коган, А.А. Юрченко. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 250 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-015649-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2078388>.

4. Криволапов, С. Я. Использование языка Python в теории вероятностей : учебник / С. Я. Криволапов. — Москва : Прометей, 2022. — 492 с. — ISBN 978-5-00172-220-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/220814> (дата обращения: 08.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей..

б) дополнительная:

5. Попов, А. М. Математика для экономистов. В 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. М. Попов, В. Н. Сотников. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 295 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09458-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517294> (дата обращения: 08.05.2023)

6. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт,

2022. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488573> (дата обращения: 08.05.2023).

7. Свешников, А. А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учебное пособие / А. А. Свешников. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-0708-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211169> (дата обращения: 08.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей..

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

8.1. Информационно-образовательный портал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации. <http://portal.ufrf.ru/>.

8.2. Сайт департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий. <http://www.fa.ru/org/dep/findata/>

8.3. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>

8.4. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>

8.5. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>

8.6. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>

8.7. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://www.biblio-online.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов проходит в компьютерных классах. Организации самостоятельной работы служит календарно-тематический план изучения дисциплины. В этом плане указана тематика лекций и практических занятий. Практические занятия проходят, как правило, в интерактивной форме. Интерактивная форма - решение лабораторных (практических) работ по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) с использованием инструментария «*Jupyter Notebook*», «*Wolfram Mathematica*», «*MATLAB*».

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

Комплект лицензионного программного обеспечения:

Windows, Microsoft Office, Wolfram Mathematica, MATLAB
Антивирус ESET Endpoint Security

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Информационно-правовая система «Консультант Плюс».

Информационно-правовая система «Гарант».

Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации - не предусмотрены.

Эконометрический пакет «R» и интерфейс «RStudio».

Библиотеки *Python* для организации работы в «*Jupyter Notebook*».

Приложения с использованием «*Wolfram Mathematica*»
<https://demonstrations.wolfram.com/>

Программа «*MatCalc*» <https://matcalc.ru/>

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Компьютерный класс, оснащённый системой динамического проецирования. Для освоения дисциплины необходим компьютер. При этом возможно использование компьютеров в компьютерных классах университета.

Все изучаемые технологии доступны на личных компьютерах студентов.